

AVALIAÇÃO DE SEIS OPERADORES PARA CÁLCULO DA NORMAL EM VOLUMES DISCRETOS

Óscar E. C. Mealha*, Manuel X. Gomes, Nuno F. Melo,
Beatriz Sousa Santos e António Sousa Pereira

Universidade de Aveiro, PORTUGAL / INESC
Departamento de Electrónica e Telecomunicações
Tel. 351-34-370500 Fax. 351-34-370545
e-mail oem@inesca.pt

Sumário

Neste artigo avaliamos seis operadores para detecção da normal de superfície pertencente a volumes discretos. São apresentadas imagens de erro de cada um dos operadores obtidas com um volume de teste artificial em que se introduziu o efeito de volume parcial que ocorre durante o processo de digitalização em modalidades imagiológicas. Como os operadores avaliados são habitualmente utilizados em dados provenientes de modalidades imagiológicas de natureza tri-dimensional, apresentamos também imagens de reconstruções 3D de estruturas clínicas pertencentes a volumes de Tomografia Axial Computorizada (TAC) e Ressonância Magnética (RM).

*O trabalho deste autor é parcialmente financiado pela JNICT (Junta Nacional de Investigação Científica e Tecnológica com bolsa BD/1723/91-IA)



1 Introdução

A detecção da normal em qualquer ponto de uma superfície pertencente a um volume discreto, é necessária para a visualização 3D e, em alguns casos para a segmentação da informação. Quando a superfície a representar pertence a um volume discreto, levantam-se questões relacionadas com a precisão das imagens apresentadas. A precisão com que a normal é determinada pode afectar a qualidade da imagem final.

Fazemos uma análise do erro de vários operadores utilizando um volume bem caracterizado e, sempre que possível simulando as situações que ocorrem nas modalidades imagiológicas, nomeadamente, o efeito de volume parcial. A aplicação destes operadores em volumes clínicos revela características que os distinguem, conforme se poderá ver nos resultados.

2 Métodos

Foram avaliados seis operadores para detecção da normal, um deles actua sobre a informação existente no Z-buffer, os outros são operadores que funcionam no espaço dos objectos necessitando portanto de acesso directo à informação de volume original. Estes últimos podem corresponder a matrizes de convolução com várias dimensões, contudo, apenas utilizamos dimensões de $3 \times 3 \times 3$ e $5 \times 5 \times 5$ devido às características dos dados e ao efeito de filtro passa baixo que os operadores possuem quando se aumenta a dimensão da matriz convolução.

2.1 Operador Normal sobre o Z-Buffer

Depois de projectados todos os pontos de superfície visíveis para uma dada vista, temos no Z-buffer informação descrevendo a distância desses pontos ao observador. Esta informação, segundo Gordon [Gordon 85], descreve aproximadamente o gradiente de superfície para cada ponto do Z-buffer, $Z(x, y)$. Considerando $z = Z(x, y)$ a fracção de superfície visível, i.e. $S(x, y, z) = Z(x, y) - z$, a normal(\vec{n})

em qualquer ponto (x, y, z) pode ser representada por:

$$\vec{n} = \left(\frac{\partial Z}{\partial x}, \frac{\partial Z}{\partial y}, -1 \right).$$

com as componentes n_x e n_y normalizadas.

O cálculo das derivadas pode ser feito pelos métodos da diferença central (δ_c), posterior (δ_p) ou anterior (δ_a). A diferença central seria a melhor aproximação se $Z(x, y)$ fosse uma função contínua. Habitualmente não é, por isso Gordan sugere que se utilize um método que pondere os operadores anterior e posterior, da seguinte forma

$$\frac{\partial Z}{\partial x} \approx \frac{W(|\delta_a|) \cdot \delta_a + W(|\delta_p|) \cdot \delta_p}{W(|\delta_a|) + W(|\delta_p|)}, \quad (1)$$

e para $\delta \geq 0$,

$$W(\delta) = \begin{cases} 1 & \text{se } \delta \leq a \\ \epsilon & \text{se } \delta \geq b \\ \left(\frac{1+\epsilon}{2} \right) + \left(\frac{1-\epsilon}{2} \right) \cos \left(\pi \left(\frac{\delta-a}{b-a} \right) \right) & \text{outro } \delta \end{cases}$$

em que os valores das constantes são: $a = 2$, $b = 5$ e $\epsilon = 10^{-5}$, no entanto estes valores dependem dos dados assim como do Z-buffer.

2.2 Operador Sobel

A normal em qualquer ponto do volume discreto, tal como em outros operadores 3D, será definida por

$$\vec{n}(x, y, z) = ((V(x, y, z) * C_x), (V(x, y, z) * C_y), (V(x, y, z) * C_z)),$$

sendo

$V(x, y, z)$	o volume original
C_x	matriz de convolução para cálculo de n_x
C_y	matriz de convolução para cálculo de n_y
C_z	matriz de convolução para cálculo de n_z

O operador de Sobel é bastante conhecido em processamento digital de imagem como filtro passa alto. Pode também ser considerado um detector de gradiente atendendo a que pode ser subdividido em duas componentes direccionais



de cálculo, $\partial I/\partial x$ e $\partial I/\partial y$. Em 3D a convolução das máscaras com o volume de dados pode ser expressa da seguinte forma:

$$n_x(i, j, k) = \int \int \int_v C_x(x, y, z) V(x - i, y - j, z - k) dx dy dz \quad (2)$$

com $v = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$.

A extensão 3D deste operador foi demonstrada por Hamitouche [Hamitouche 91], estando a matriz de convolução ($3 \times 3 \times 3$) para determinação de n_z descrita na tabela 1.

C_z	$z = -1$			$z = 0$			$z = 1$		
-1.00	-0.25	-1.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.25	1.00	
-0.25	-0.50	-0.25	0.00	0.00	0.00	0.25	0.50	0.25	
-1.00	-0.25	-1.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.25	1.00	

Tabela 1: Janela de convolução Sobel-3D segundo o eixo dos Z

As matrizes de convolução para a determinação de n_x e n_y podem ser obtidas a partir da tabela 1 por rotação de 90° .

2.3 Operador Zucker–Hummel

A extensão de um operador tipo Sobel/3D foi demonstrado por Zucker e Hummel [Zucker 81] e é composto por três matrizes de convolução, que são determinadas da seguinte forma:

$$C_\xi(x, y, z) = \frac{\xi}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \quad (3)$$

com $\xi = x, y, z$ para as direcções X, Y e Z respectivamente.

Apenas utilizamos matrizes de $3 \times 3 \times 3$ e $5 \times 5 \times 5$, à semelhança dos outros operadores e atendendo às características dos dados imagiológicos, conforme veremos. As matrizes não foram apresentadas pela facilidade com que podem ser geradas a partir de 3.

2.4 Operador momentos geométricos

Hamitouche efectuou um vasto estudo deste operador e das suas aplicações em dados 3D discretos, que pode ser consultado em [Hamitouche 91]. Segundo o

autor, este operador é o mais eficiente para detecção da normal de superfície em volumes discretos. Os momentos de ordem $(p + q + r)$ de uma função contínua $f(x, y, z)$ são definidos por:

$$M_{pqr} = \int \int \int x^p y^q z^r f(x, y, z) dx dy dz. \quad (4)$$

A função $f_d(i, j, k)$ representa $f(x, y, z)$ amostrada regularmente nas três direcções, i.e. a cada posição (i, j, k) é atribuído um valor que representa a integração 3D da matéria nesse espaço cúbico. Considerando que os momentos para o caso discreto são dados por:

$$M_{pqr} = \sum_k \sum_j \sum_i f_d(i, j, k) C_{pqr}(i, j, k) \quad (5)$$

em que

$$C_{pqr}(i, j, k) = \int \int \int_{A_{ijk}} x^p y^q z^r f(x, y, z) dx dy dz.$$

As matrizes de convolução C_{pqr} são calculadas atendendo ao subvolume delimitado pela superfície esférica R e os seus elementos determinados para cada sub-volume A_{ijk} . Demonstra-se em [Hamitouche 91] que a normal à superfície é dada por:

$$\vec{n} = \frac{(M_{001}, M_{010}, M_{100})}{M_{000}}.$$

2.5 Operador gaussiana

Nem todos os operadores aqui apresentados se comportam bem na presença de informação com ruído. Visto que as modalidades imagiológicas produzem, além de informação, ruído, é desejável a utilização de operadores com boa imunidade ao ruído. Operadores baseados na distribuição Gaussiana têm-se mostrado bastante eficientes nas referidas condições. Toennies *et al* [Toennies 92] testaram, na presença de ruído, a primeira derivada da Gaussiana-3D para detectar a normal. As máscaras são determinadas por:

$$C_\xi = \frac{-\xi}{\sqrt{(2\pi)^3 \sigma^5}} \cdot e^{-((x^2+y^2+z^2)/\sigma^2)} \quad (6)$$



e, à semelhança de outros operadores, $\xi = x, y, z$ para o cálculo do gradiente segundo os eixos X, Y e Z respectivamente. Foram utilizadas as dimensões $3 \times 3 \times 3$ correspondendo a um desvio padrão de 0.5 e $5 \times 5 \times 5$ com $\sigma = 1.0$. Para determinação da relação de σ com a dimensão da matriz de convolução pode-se consultar [Toennies 92].

2.6 Operador Tiede

O processo de detecção da normal por convolução é um processo lento, pelo tipo e quantidade de multiplicações que é necessário fazer (por exemplo, para uma matriz de convolução $3 \times 3 \times 3$) são necessárias 27 multiplicações do tipo real por voxel). Tiede *et al* [Tiede 90] utilizam apenas 3 ou, na pior das hipóteses, 6 vizinhos para determinar os gradientes segundo as três direcções efectuando cálculo apenas com somas e comparações (no máximo 9 somas e 6 comparações). Inicialmente são determinadas as diferenças central, anterior e posterior, segundo cada um dos eixos X, Y e Z numa vizinhança de 3 voxels. Temos, para a direcção X :

$$\begin{aligned} \frac{\partial S_{\delta_c}}{\partial x} &= V(x+1, y, z) - V(x-1, y, z) \\ \frac{\partial S_{\delta_a}}{\partial x} &= V(x+1, y, z) - V(x, y, z) \\ \frac{\partial S_{\delta_p}}{\partial x} &= V(x, y, z) - V(x-1, y, z) \end{aligned} \tag{7}$$

A maior diferença será utilizada para representar o gradiente segundo essa direcção. Os autores afirmam que desta forma estruturas finas, serão sempre captadas e representadas. No entanto, este operador apresenta baixa imunidade ao ruído, podendo ocorrer situações de falso declive.

2.7 Caracterização do volume de teste

Para avaliar os operadores definiu-se um volume discreto 256^3 contendo uma esfera de raio 100 voxels. Ao interior da esfera foi atribuído o valor A e ao exterior B .

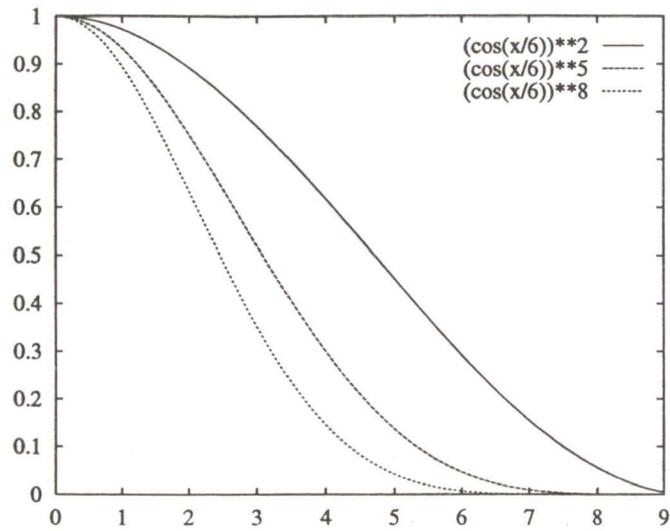


Figura 1: Função de modelização do volume parcial

A superfície foi modelada utilizando o conceito de volume parcial [Hohne 86]. Utilizando uma função radial $f_P(r)$ e com profundidade 6 voxels em torno da superfície, define-se o volume parcial pela ponderação dos meios A e B utilizando a função 8 (ver figura 1).

$$f_P(r) = \cos^8\left(\frac{r}{2}\right) \quad (8)$$

Foi posteriormente efectuado um corte perpendicular ao eixo Z a uma distância de 70 voxels do centro. Neste caso, o volume parcial foi simulado com a função 8 mas paralela ao eixo dos Z .

3 Resultados

3.1 Superfícies de erro

A superfície de erro foi gerada utilizando ray casting com interpolação tri-linear, para uma vista definida pelos seguintes ângulos de Euler: (i) 40° em torno de X , (ii) 40° em torno de Y e (iii) 40° em torno de Z . Construiu-se posteriormente, para esta vista, uma matriz com o ângulo entre as normais detectadas pelo operador a avaliar e por um método dito de referência (para os pontos visíveis). A



determinação da normal pelo método de referência pode ser subdividido em três fases.

- (i) A normal ao ponto \mathbf{p} pertencente à superfície esférica é determinada por diferença entre esse ponto e o centro da esfera.
- (ii) A normal no plano de corte está orientada segundo o eixo Z .
- (iii) A normal nos pontos de intersecção do plano com a superfície esférica é determinada por soma vectorial das contribuições normal ao plano e normal à esfera nesses mesmos pontos.

A tabela 2 apresenta o erro medido na determinação da normal no volume de teste. O erro é apresentado em graus e representa a diferença dos ângulos determinados pelo método de referência e pelo operador a avaliar.

Método	Intersec. plano-esfera		Esfera	Superf. Total
	$e_{máx}$	$e_{médio}$	$e_{máx}$	$e_{médio}$
Gaus 3 ³	29°	11°	21°	5°
Gaus 5 ³	23°	14°	12°	3°
Tiede-Höhne 3 ³	45°	11°	46°	15°
Sobel 3 ³	32°	11°	21°	6°
Momentos 3 ³	33°	10°	25°	6°
Momentos 5 ³	24°	12°	13°	4°
Zucker 3 ³	30°	10°	21°	6°
Zucker 5 ³	22°	13°	11°	3°

Tabela 2: Avaliação do erro na determinação da normal

Todos os operadores apresentam um erro mínimo de zero graus sobre o plano e em algumas zonas da superfície esférica. O operador de Tiede, tal como o operador de Z-Buffer, apresentam os valores de erro máximo e médio mais elevados. Registou-se um erro máximo de 45° para a circunferência de intersecção plano-superfície esférica e um erro máximo, na mesma ordem de grandeza, para a superfície esférica que ocorre numa das zonas de topo da esfera e nas zonas laterais.

É nestas zonas de topo que ocorrem os erros máximos (de superfície esférica) de todos os operadores, isto, por se tratarem de regiões deste modelo volúmico onde a aproximação à esfera é crítica. Nestas zonas, quanto menor for a dimensão do operador maior o erro. Na circunferência de intersecção plano-superfície esférica os operadores 3^3 produzem, em média valores de erro mais baixo já que a zona de transição de esfera para o plano é bastante abrupta e, quanto menor o operador, melhor é a detecção das transições. No entanto estes operadores devido à sua dimensão, são pouco eficientes na presença de ruído, quando comparados com os operadores 5^3 . As diferenças no erro máximo assim o indicam. Fazendo uma apreciação global dos operadores podemos concluir que o operador Gaus 5^3 apresenta em média o melhor desempenho, com a desvantagem de produzir o maior erro na detecção da transição esfera-plano. É importante referir que o efeito de volume parcial simula as características dos volumes imagiológicos, sendo a sua espessura de 6 voxels na periferia da esfera, compreende-se portanto a superioridade de um operador de dimensão 5^3 face a um de 3^3 .

A figura 2 apresenta as imagens erro, os ângulos estão representados em graus correspondendo o erro máximo ao valor 46° , registado no método de Tiede, e o mínimo a 0° . A escala de cores evolui do mínimo representado a preto para os azuis e por fim branco, representando o máximo erro. A imagem erro associada ao cálculo da normal com informação do Z-buffer não foi apresentada por ser muito semelhante ao método de Tiede-Höhne, no entanto, este método tem a vantagem de ser menos pesado computacionalmente.

3.2 Reconstruções 3D de estruturas clínicas

Alguns dos operadores mencionados anteriormente foram utilizados na representação 3D da superfície pulmonar e tal como se esperava as diferenças são visíveis. As imagens da figura 4 foram geradas com os seguintes operadores de cálculo da normal, percorrendo-as da esquerda para a direita e de cima para baixo: (i) com informação do Z-buffer, (ii) Sobel com matriz de convolução $3 \times 3 \times 3$, (iii) Tiede, (iv) Zucker $3 \times 3 \times 3$, (v) Zucker $5 \times 5 \times 5$ e (vi) Gaussiana $3 \times 3 \times 3$ com $\sigma = 0.5$.



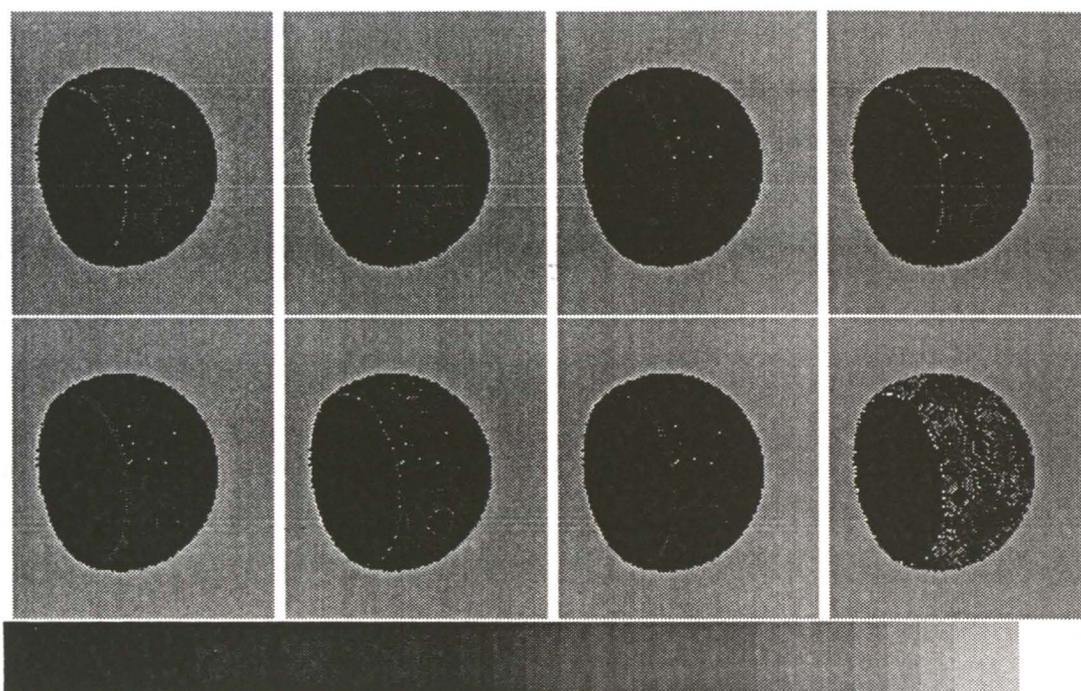


Figura 2: Imagens de erro de cálculo da normal, da esquerda para a direita e de cima para baixo: Sobel 3x3x3, Zucker 3x3x3, Zucker 5x5x5, Gaussiana 3x3x3, Gaussiana 5x5x5, momentos 3x3x3, momentos 5x5x5, Tiede

4 Conclusões e Perspectivas futuras

Uma grande vantagem do método normal sobre Z-Buffer deve-se ao facto de todo o cálculo ser efectuado no espaço da imagem, garantindo-lhe desta forma, larga vantagem em termos de tempo de cálculo, face aos métodos 3D. A sua desvantagem reside no facto de não ser invariante à rotação. Gera padrões de aliasing para certas zonas que podem variar de vista para vista. Possui a vantagem de poder ser implementado com Look Up Tables (LUTs) otimizando o desempenho do processo de visualização [Chen 85]. Os métodos 3D necessitam da informação original e implicam produtos com reais, sendo Sobel uma excepção pois pode ser implementado em aritmética inteira. Estas características tornam estes métodos mais lentos mas mais precisos, conforme ilustrado na figura 4.

As imagens da superfície pulmonar (figura 4), apresentam mais e melhor detalhe quando são utilizados operadores 3D, conclusão previsível se atendermos

às imagens da superfície de erro. O operador de Tiede que, pelo estudo de erro não desempenharia tão bem, produziu um resultado igualmente bom. Isto pode ser explicado se atendermos a que a segmentação da superfície pulmonar é pouco crítica, não sendo gerados pontos isolados no espaço. Para ilustrar este problema podemos observar a imagem 3 da estrutura óssea torácica onde são notórios os artefactos introduzidos pela existência de pontos isolados não pertencentes à superfície.



Figura 3: Representação de superfície óssea (TAC) com normal de Tiede e Zucker $5 \times 5 \times 5$

Os operadores Gaussianos e dos Momentos produziram imagens da superfície pulmonar semelhantes, pelo que apresentamos apenas uma imagem. O resultado do operador Zucker $5 \times 5 \times 5$, foi introduzido para demonstrar o efeito de filtro passa baixo que uma matriz convolução com esta dimensão produz.

Em volumes clínicos a detecção de estruturas finas pode, em certos casos, ser importante. Atendendo a isto e conscientes que o modelo que utilizámos para avaliar o erro não prevê este aspecto, pensamos continuar os testes com estes e outros operadores 3D, utilizando modelos mais elaborados.

Agradecimentos

Ao Professor Vilaça Ramos, Director do Serviço de Imagiologia dos Hospitais da Universidade de Coimbra, pelas facilidades concedidas. Às Doutoras Filomena



Botelho e Maria João Ribeiro do Serviço de Biofísica da Universidade de Coimbra pela disponibilidade e por se terem sujeitado voluntariamente a fazer exames de RM e TAC. À Doutora Luísa Teixeira pela colaboração na especificação do protocolo clínico assim como na especificação dos parâmetros de aquisição. Ao Eng. Fernando Vieira pela colaboração na aquisição e arquivo dos exames de TAC e RM.

Referências

- [Chen 85] L.-S. Chen, G. T. Herman, R. A. Reynolds, and J. K. Udupa, "Surface shading in the cuberille environment", *IEEE Computer Graphics & Applications*, 33-43, December 1985.
- [Gordon 85] D. Gordon and R. A. Reynolds, "Image space shading of 3-dimensional objects", *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 29:361-376, 1985.
- [Hamitouche 91] C. Hamitouche, *Analyse D'Images Medicales Tridimensionnelles: Application a L'extraction de Structures Anatomiques*. PhD thesis, L'Universite de Rennes I, U.F.R. Structure et Propriétés de la Matière, November 1991.
- [Hohne 86] K. H. Höhne, *Pictorial Information Systems in Medicine*, pages 215-233. Volume F19 of *NATO ASI Series*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1986, 1986.
- [Tiede 90] U. Tiede, K. H. Höhne, M. Bomans, A. Pommert, M. Riemer, and G. Wiebecke, "Investigation of medical 3d-rendering algorithms", *IEEE Computer Graphics & Applications*, 41-53, May 1990.
- [Toennies 92] K. Toennies and F. Hasenbrink, "On the accuracy of grey-level gradients for display and classification in medical imaging". In *Proceedings of the 14th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*, pages 2096-2097, IEEE, October 1992.
- [Zucker 81] S. W. Zucker and R. A. Hummel, "A three-dimensional edge operator", *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, PAMI-3(3):324-331, May 1981.

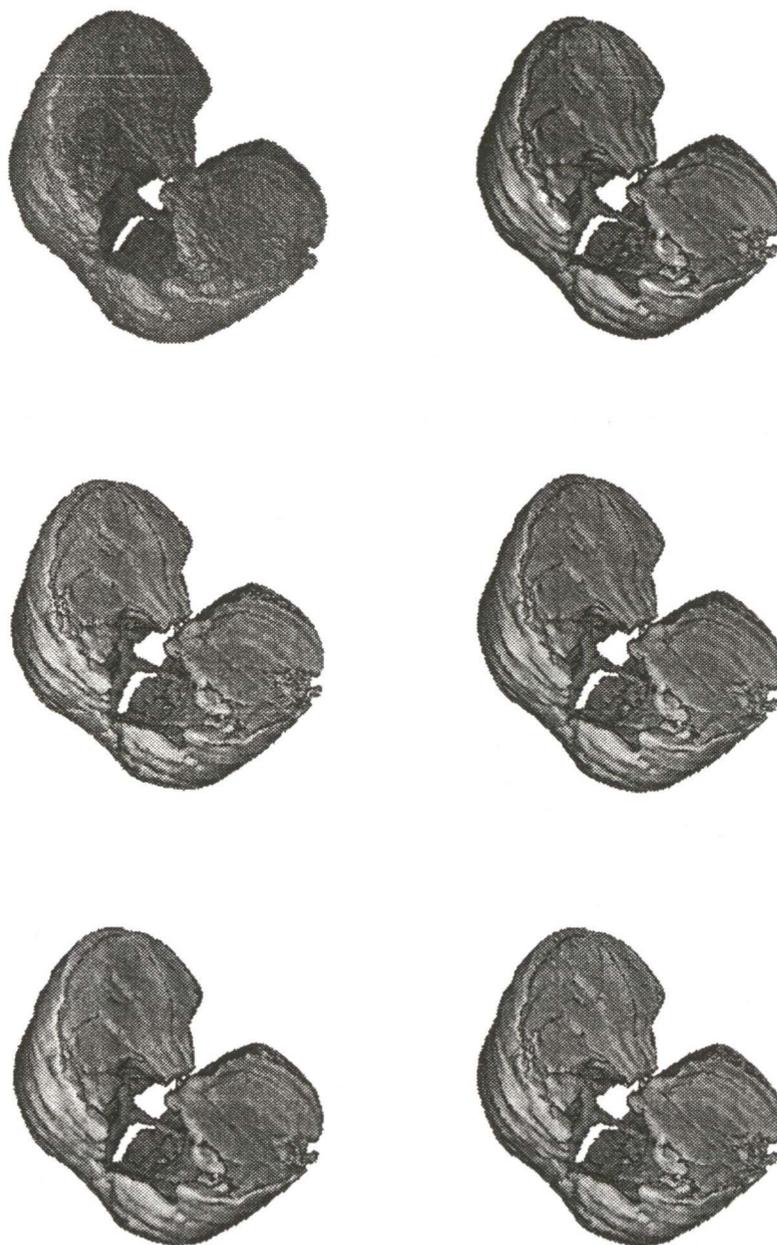


Figura 4: Superfície pulmonar com os seguintes operadores normal, da esquerda para a direita e de cima para baixo: Z-Buffer, Sobel 3x3x3, Tiede, Zucker 3x3x3, Zucker 5x5 x5, Gaussiana 3x3x3

