

4º Encontro Português de Computação Gráfica

**Estratégias e Implementação
de Realismo Crescente em Ray-Tracing**

João Miguel Leitão, DEE.ISEP/INESC.Norte

A. Augusto Sousa, DEEC.FEUP/INESC.Norte

A. Cardoso Costa, DI.ISEP/INESC.Norte

F. Nunes Ferreira, DEEC.FEUP/INESC.Norte

RESUMO

As imagens produzidas pelo algoritmo de Ray-Tracing são reconhecidas pela sua alta qualidade e realismo. O obstáculo que impede a utilização destes algoritmos em sistemas de baixo custo consiste na grande exigência em termos de tempo de processamento. A partir de um programa de Ray-Tracing convencional, temos vindo a experimentar diversas soluções na tentativa de reduzir o tempo de obtenção de imagens, mesmo que estas sejam somente primeiras aproximações à imagem final. Sem grande prejuízo do tempo total de processamento e aproveitando resultados anteriores, estas imagens poderão ser melhoradas até à qualidade final.

O presente trabalho nasceu da necessidade de comprovar esta estratégia definida em trabalhos anteriores dos autores [1][2], mas, demonstrada que foi a sua importância científica, tornou-se num trabalho autónomo, desenvolvendo novos conceitos e cujos resultados poderão ser incluídos em outras implementações.

O algoritmo desenvolvido pode gerar uma sequência de imagens de realismo crescente, permitindo ao utilizador decidir sobre a adequação da imagem num tempo muito inferior ao da obtenção da imagem final.

PALAVRAS CHAVE

"Rendering", Ray-Tracing, Ray-Tracing Interactivo, Realismo, Coerência.

0. INTRODUÇÃO

Têm sido publicados diversos trabalhos focando métodos de aceleração na aplicação de algoritmos de Ray-Tracing [3]. Alguns métodos, consistindo em simplificações efectuadas sobre o método tradicional de Ray-Tracing, reduzem o tempo de cálculo produzindo uma imagem muito semelhante à imagem que seria obtida pelo método tradicional [4][5]. A economia de tempo conseguida é por vezes significativa mas, mesmo assim, não permite a obtenção de imagens em tempo útil para ambientes interactivos.

Este trabalho, apesar de também ser orientado para aceleração de algoritmos de Ray-Tracing, vai mais longe porque não é exigido que a qualidade da primeira imagem obtida seja comparável com imagem final, desde que a qualidade possa depois ser aumentada.

Este texto encontra-se dividido em três partes descritivas. Na primeira, após algumas considerações sobre Ray-Tracing e realismo crescente, abordam-se dois métodos de controlar o realismo de uma imagem, actuando sobre as árvores de "shading", quer sobre a sua profundidade máxima quer sobre a sua largura. Na segunda e terceira partes, descrevem-se os dois métodos anteriores com alguns pormenores de implementação.

Na segunda parte descreve-se a implementação de um método que permite avançar um ou mais níveis na árvore de "shading" minimizando a quantidade de memória necessária e a repetição de cálculos.

Da terceira parte salienta-se o aproveitamento da coerência de imagem, e descreve-se a implementação do teste de homogeneidade de células de imagem, desenvolvido de forma a evitar a perda de pormenores dentro das mesmas.

1. IMAGENS DE REALISMO CRESCENTE

Numa imagem sintetizada por um algoritmo de Ray-Tracing, para um mesmo modelo da cena e da iluminação, o realismo de uma imagem considera-se função do número de pontos calculados (resolução espacial) e do grau de profundidade de cálculo de iluminação (número de reflexões e de refrações). Nesta versão de Ray-Tracing, o utilizador pode controlar a evolução do realismo influenciando a taxa de amostragem e o máximo nível de profundidade no cálculo da iluminação.

Num algoritmo tradicional de Ray-Tracing [6], a imagem é amostrada sequencialmente em vários pontos. Para cada ponto é lançado um raio e, recursivamente, são lançados os seus descendentes. Cria-se uma única imagem e podemos considerar que o realismo é constante e pré-estabelecido.

Ao conjunto formado por um raio inicial (enviado do observador para um ponto de amostragem) e pelos seus descendentes, chama-se árvore de "shading" (shading tree). Define-se largura média da árvore de "shading" num dado nível, como a soma das larguras das árvores de "shading" nesse nível, dividida pelo número total de pontos da imagem. A largura média da árvore de "shading", em qualquer nível, depende do número de pontos amostrados e do número de descendentes de cada raio. Por sua vez, o número de níveis da árvore de "shading" depende da precisão pretendida no cálculo da iluminação, pois a importância de cada raio vai diminuindo com o aumento da profundidade.

Como o tempo de cálculo está directamente relacionado com número de raios calculados, é possível reduzir o tempo de processamento pela limitação das árvores de "shading". Um algoritmo de Ray-Tracing com realismo crescente pode usar estes artifícios para criar imagens parciais, com menor realismo, que possam ser melhoradas com mais tempo de processamento.

Inserido neste contexto, este trabalho pode gerar uma sequência de imagens de realismo crescente, para o que, nas primeiras imagens, as profundidades e a largura média das árvores de "shading" são limitadas. Esta limitação afecta a qualidade das primeiras imagens, pois a redução da largura média das árvores de "shading" implica uma diminuição do número de pontos calculados (redução na resolução espacial) enquanto que a redução da profundidade implica uma diminuição no número de reflexões e de refrações calculadas. O realismo da imagem final não é afectado por este processo dado que possibilita a passagem a um nível de realismo superior utilizando cálculos já efectuados.

O utilizador pode controlar a evolução do realismo conforme desejar, por qualquer um dos dois métodos de limitação nas árvores de "shading" ou pela combinação de ambos. Os parâmetros disponíveis para o controlo do realismo de uma imagem parcial são:

- dimensão mínima em "pixels" de uma célula de imagem;
- profundidade máxima da árvore de "shading";
- limites de uma zona de interesse a melhorar.

A utilização de zonas de interesse reduz especialmente a largura média das árvores de "shading", pois diminui a quantidade de pontos amostrados para a mesma resolução.

Uma vez criada uma imagem com um certo conjunto de parâmetros, é possível redefinir alguns deles e obter uma nova imagem de realismo superior. A definição e a alteração dos parâmetros pode ser feita em modo interactivo pelo utilizador.

2. LIMITAÇÃO E AMPLIAÇÃO EM PROFUNDIDADE

No aumento do realismo por aprofundamento da árvore de "shading", podemos acrescentar um nível de reflexão ou de transmissão aos pontos de amostragem. Como é sabido, o efeito visual num ponto de amostragem é determinado pela adição dos efeitos produzidos pelos raios sucessivamente reflectidos e transmitidos, a partir do raio inicial que passa por esse ponto. A importância de um raio para o aspecto final da imagem vai diminuindo com a profundidade em que se encontra na árvore ou seja, com o número de reflexões e de transmissões ocorridas até aí. É portanto possível obter uma imagem de razoável realismo calculando apenas os primeiros níveis da árvore de "shading" e ignorando os níveis seguintes.

Num Ray-Tracer tradicional, para cada ponto de amostragem, o avanço em profundidade da árvore de "shading" é feito intersecção a intersecção, até que um raio atinja a profundidade máxima da árvore ou até que a importância desse raio seja considerada como desprezável para o cálculo da iluminação no respectivo ponto. Na versão apresentada, o utilizador pode impôr uma profundidade máxima temporária para a árvore de "shading" e, deste modo, obter imagens onde apenas faltam os efeitos provocados pelas transmissões e reflexões de ordem superior ao máximo calculado. Na imagem 1.a foi calculado apenas o primeiro nível de iluminação.

Para progredir um nível nas árvores de "shading", basta calcular os raios correspondentes que descendem (por reflexão e por transmissão) dos raios já processados. Uma forma de conhecermos estes novos raios é guardá-los em memória quando se processa a intersecção do seu ascendente. Em [1],[2] e [7] são descritas estratégias nesse sentido e são também expostas as dificuldades de implementação de um algoritmo desse tipo, nomeadamente a grande quantidade de memória necessária. Na versão de Ray-Tracing apresentada, nenhuns raios são armazenados, sendo portanto necessário recalcular raios dos níveis já processados da árvore de "shading".

Esta repetição vai, como é evidente, prejudicar o tempo de cálculo. No entanto, nem tudo precisa de ser repetido: ao recalcular raios, não é necessário ter em conta o seu efeito dado que este já foi considerado na imagem actual e, pelo mesmo motivo, os raios para as fontes luminosas não precisam ser gerados novamente, o que permite evitar os cálculos das intersecções correspondentes.

Se todos os raios derem origem a um raio refletido e a um raio transmitido, o número de raios que é necessário calcular para se acrescentar um nível à árvore de "shading" é:

$$NR = H.L.2^{(n-1)}$$

sendo n o nível que se pretende acrescentar e $H.L$ o número de raios lançados a partir do observador (número de pontos de amostragem). Além disso, partindo do princípio que todos os raios vão intersectar objectos, é necessário enviar pelo menos um raio do ponto de intersecção para cada fonte de luz. Se o número de raios lançados do ponto de intersecção para as fontes de luz for NS , o número total de raios que é necessário calcular para acrescentar um nível à árvore de "shading" é:

$$NT = NR.(1+NS)$$

Além dos NT raios que são obrigatórios para acrescentar um nível à árvore já calculada, é também necessário lançar todos os seus antecessores, constituindo estes últimos o "overhead" do método. É fácil verificar que este "overhead" é igual a:

$$NA = H.L.(2^{(n-1)} - 1) = NR - H.L$$

O aumento de peso de cálculo ("overhead" relativo) originado por este algoritmo pode então calcular-se:

$$\frac{NA}{NT} = \frac{NR - H.L}{NR.(1+NS)}$$

Se o número de raios novos NR for bastante superior ao número de raios iniciais $H.L$ (o que sucede com árvores de "shading" completas nos níveis superiores a 3), o "overhead" relativo será aproximadamente:

$$\frac{NA}{NT} = \frac{1}{(1+NS)}$$

o que nos leva a concluir que é tanto mais desprezável quanto maior for o número de raios lançados para as fontes luminosas.

Esta constatação vem ao encontro da simplificação que é usual fazer-se na consideração de fontes luminosas não pontuais, segundo a qual estas são sobre-amostradas [8], aumentando consideravelmente o número de raios lançados para fontes de luz.

Nas versões de Ray-Tracing que calculam a iluminação ambiente global [9] lançando vários raios por cada intersecção (para além dos normalmente transmitido e reflectido) existe uma maior ramificação da árvore de "shading". A utilização do método apresentado nestas versões de Ray-Tracing apresentaria resultados ainda mais interessantes em termos de "overhead" relativo.

A tabela 1 mostra o "overhead" relativo resultante da passagem de um nível da árvore para o seguinte. Esta tabela foi construída para o caso limite de todos os raios intersectarem objectos e originarem um raio reflectido e outro transmitido.

| Níveis | Raios enviados p/ Fontes de Luz (por intersecção) | | |
|--------|--|--------|-------|
| | 2 | 6 | 20 |
| 1 | 0.00% | 0.00% | 0.00% |
| 1->2 | 16.70% | 7.10% | 2.40% |
| 2->3 | 25.00% | 10.70% | 3.60% |
| 3->4 | 29.20% | 12.50% | 4.20% |
| 4->5 | 31.20% | 13.40% | 4.50% |
| 5->6 | 32.30% | 13.80% | 4.60% |

Tabela 1 - "Overhead Relativo" calculado (NA/NT) para a passagem de um nível da árvore de "shading" ao seguinte

Na síntese de imagens realistas, estas percentagens resultam normalmente agravadas por as árvores de "shading" serem incompletas. No entanto, se o número de raios lançados por cada intersecção para as fontes luminosas for elevado, esse agravamento não é muito acentuado, conforme se verificou em experiências realizadas no âmbito deste trabalho.

O "overhead" relativo determinado no presente trabalho para cada nível de aprofundamento na árvore de "shading" apresenta-se na tabela 2. A imagem utilizada é idêntica às imagens 1 e 3, possuindo 27 fontes luminosas pontuais. Calculou-se o "overhead" relativo como o quociente do número de raios recalculados pelo número de raios presentes no novo nível (incluindo os raios para as fontes luminosas).

| Níveis | "Overhead" Relativo |
|--------|---------------------|
| 1 | 0.00% |
| 1->2 | 6.20% |
| 2->3 | 10.80% |
| 3->4 | 15.10% |
| 4->5 | 18.60% |

Tabela 2 - "Overhead Relativo" encontrado num caso prático com 27 fontes luminosas

É de notar que se conseguem melhores resultados se o aumento da profundidade não for efectuado nível a nível para todos os pontos, mas por exemplo de dois em dois níveis. No entanto esta solução diminui o grau de interactividade pois são obtidas menos imagens intermédias.

A imagem 1.b foi obtida a partir da imagem 1.a, acrescentado-se o efeito produzido pelo cálculo do 2º nível da árvore de "shading".

A imagem 1.c possui apenas os 4 primeiros níveis da árvore de "shading". Esta imagem é já muito aproximada da imagem final (1.d), conforme se pode constatar através da diferença das duas na imagem 2.

3. LIMITAÇÃO E AMPLIAÇÃO EM LARGURA

Para diminuir em largura as árvores de "shading", são enviados raios luminosos a partir do observador com uma taxa de amostragem inferior à resolução final pretendida.

Embora não seja abordado neste texto, pode também diminuir-se em largura a árvore de "shading", pela utilização de zonas de interesse onde o algoritmo progride mais rapidamente em termos de realismo.

O ecrã vai sendo sucessivamente dividido em células quadradas iguais (células de imagem). Para cada célula são utilizados os valores resultantes do cálculo dos cantos para atribuir uma cor a cada "pixel". Esta atribuição é feita por interpolação linear.

O utilizador pode facilmente limitar o tempo de cálculo, não permitindo que as células sejam subdivididas abaixo de uma determinada dimensão. Depois de obtida uma imagem, é possível aumentar o seu realismo, enviando raios para o interior das células não divididas o que corresponde a aumentar a resolução espacial.

Dependendo do utilizador, o processo pode continuar até uma taxa de amostragem superior à resolução do ecrã ou, o que é o mesmo, até que as células tenham dimensões inferiores às de um pixel. Neste caso, a cor atribuída ao "pixel" é a média pesada das iluminações das células que o constituem, o que permite eliminar o efeito de "aliasing".

Um esquema de divisão do ecrã em células foi já apresentado em trabalhos anteriores dos autores [1][2]. O ecrã é subdividido em células cuja dimensão é definida pelo utilizador e que se vão tornando mais pequenas à medida que se faz aumentar o realismo da imagem.

Alternativas a este esquema podem ser definidas com base na coerência de imagem. Assim, numa imagem realista podem ser encontradas áreas (por vezes grandes), destituídas de pormenor, nas quais a iluminação pouco varia ou varia linearmente. Uma interpolação linear dentro destas áreas produz resultados perfeitamente aceitáveis. Noutras áreas, porém, abundam os pormenores que provocam rápidas variações do valor da iluminação. É nestas áreas que é necessária uma maior taxa de amostragem para se obter o nível de realismo desejado.

Um processo de amostragem selectiva é capaz de, adaptativamente, escolher as áreas do ecrã onde presumivelmente se justifica a amostragem com maior resolução. Neste trabalho implementou-se um processo deste tipo que efectua um teste de homogeneidade sobre uma célula de imagem, com o fim de decidir se deve ou não efectuar a subdivisão correspondente. A subdivisão só é efectuada no caso da célula ser considerada não homogénea.

3.1. Teste de Homogeneidade de uma Célula

O teste de homogeneidade de uma célula é efectuado por comparação dos valores de iluminação nos pontos laterais (na fronteira da célula) já calculados. O número de pontos utilizados no teste depende portanto do nível de subdivisão que foi utilizado nas células adjacentes e as células são todas retestadas por ordem inversa sempre que mais pontos são calculados.

A comparação dos valores de iluminação traduz-se numa comparação de cores. É uma tarefa delicada, onde estão envolvidos factores como a percepção humana da cor [10]. Optou-se por fazer uma comparação baseada nas diferenças relativas quadráticas das componentes de cor RGB dos pontos considerados.

Para cada componente de cor, determina-se o par de valores máximo e mínimo de entre todos os pontos laterais conhecidos. Calcula-se então para cada par:

$$\left[\frac{\max - \min}{\max + \min} \right]^2$$

A soma dos três resultados é comparada com um parâmetro de tolerância definido pelo utilizador. Pela actuação no valor deste parâmetro, o utilizador pode controlar o nível de realismo, obrigando a que mais células sejam divididas ou, pelo contrário, permitindo que um maior número de células seja considerado como homogéneo.

Quando o valor do parâmetro de tolerância é elevado, os tempos de processamento diminuem, embora possa ocorrer alguma perda de pormenor quando existam pequenas transições do valor de iluminação. Baixando a tolerância e com mais tempo de processamento, os pormenores aparecem, aumentando o realismo até uma imagem semelhante à final.

No teste de homogeneidade de uma célula, a utilização de todos os valores laterais conhecidos até então garante que não serão perdidos os efeitos luminosos (imagens de objectos, sombras, reflexos, etc) que cruzem as suas fronteiras, desde que seja possível detectá-los numa outra célula. O teste falha, porém, quando se trata de efeitos luminosos ou de objectos que, devido às suas pequenas dimensões, fiquem completamente inseridos numa célula de imagem, não atravessando as suas fronteiras. Apresenta-se de seguida uma solução para evitar a perda de pequenos objectos.

3.2. Teste de Inclusão de Objectos

Para garantir que nenhum objecto directamente visível pelo observador é perdido, pode efectuar-se um teste de inclusão de objectos no volume da pirâmide definida pela célula considerada e o ponto de visão. Sempre que uma célula é considerada como homogénea no teste anterior, efectua-se um teste de inclusão de objectos na célula e, sempre que se detecte algum objecto, a célula é dividida.

O teste de inclusão de um objecto numa pirâmide levanta alguns problemas. Neste trabalho, optou-se pela sua substituição por um outro, mais simples, baseado no teste de posição de um objecto relativamente aos planos laterais da pirâmide referida.

Considera-se que um objecto é exterior a uma célula se esse objecto for completamente exterior à pirâmide em pelo menos um dos quatro testes de posição relativamente aos planos laterais desta.

É possível verificar que, embora não lhe seja equivalente, este teste contém o teste de inclusão de um objecto no volume definido por uma pirâmide. Isto é, sempre que um objecto seja interior a uma dada pirâmide é assinalado por este teste. O contrário não é necessariamente verdade, o que pode levar à divisão desnecessária de algumas células conforme se mostra nos exemplos seguintes.

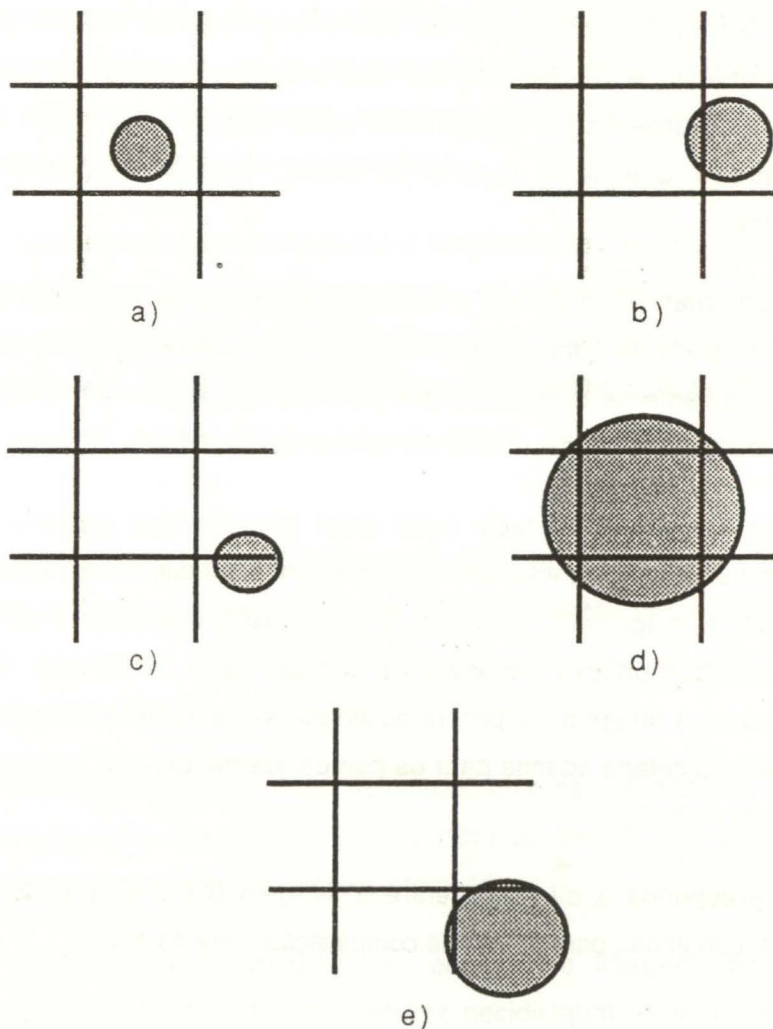


Figura 1 - Diferentes casos de posição de objectos relativamente aos quatro planos laterais da pirâmide

Determinando a posição relativa de um objecto relativamente aos quatro planos laterais da pirâmide, caímos numa das situações exemplificadas na figura 1:

-quando o objecto é totalmente interior à célula (figura 1.a), a célula tem de ser dividida; o mesmo acontece no caso da figura 1.b pois parte do objecto é interior à célula;

-na figura 1.c o objecto é claramente considerado exterior à célula e portanto não é necessário subdividir a célula;

-a divisão também não é necessária se estivermos em presença da situação exposta na figura 1.d: toda a célula está preenchida com um objecto e portanto pode ser considerada homogénea (o objecto não introduz descontinuidades na iluminação dentro da célula);

-no caso da figura 1.e , apesar de nenhuma porção do objecto pertencer à célula, o objecto é intersectado por dois planos e satisfaz as condições de posição relativamente aos outros dois; como nenhum dos testes de posição indica que o objecto é exterior à célula, esta é desnecessariamente subdividida.

Como nota suplementar, refira-se que a utilização de testes de presença de objectos numa dada célula, além de garantir que nenhum objecto visível é eliminado, permite ordenar hierarquicamente os objectos, o que por sua vez permite uma aceleração no cálculo de intersecções no primeiro nível da árvore de "shading".

Numa sessão de trabalho, o utilizador pode obter imagens com realismo crescente, por aumento sucessivo da taxa de amostragem nas zonas em que é necessário, como se observa no grupo de imagens 3. A imagem 3.a é de baixa qualidade e foi obtida pelo cálculo dos pontos assinalados na imagem 4.a que são cerca de 3.6% do número total de pontos utilizados. A imagem 3.c possui qualidade semelhante à imagem final (3.d) apesar de ter sido calculada apenas para os pontos assinalados na imagem 4.b (29% do número total de pontos).

A imagem 5 corresponde à diferença entre a imagem 3.c e a imagem final (3.d), afectada de uma constante, para efeitos de comparação entre as duas.

4. CONCLUSÃO

O presente trabalho, nascido da necessidade de testar algumas ideias no âmbito de trabalhos anteriores dos autores, apresenta algumas estratégias de implementação de realismo crescente em "Ray-Tracers" controlados interactivamente.

Está em causa a síntese rápida de imagens com qualidade inferior, permitindo-se no entanto que, por alteração de alguns parâmetros, a imagem possa ser melhorada progressivamente, aproveitando cálculos já efectuados.

Para o efeito são descritas duas estratégias:

-limitação e ampliação da profundidade das árvores de "shading";

-limitação e ampliação da largura média das árvores de "shading".

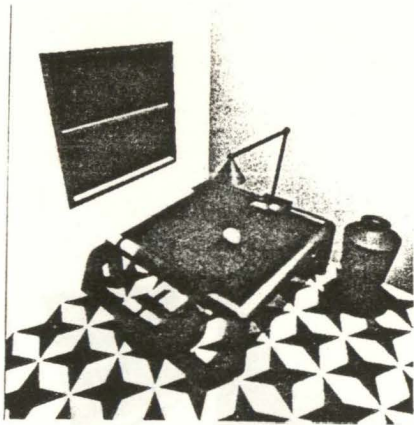
A limitação e ampliação da profundidade das árvores de "shading" por métodos apresentados anteriormente necessita de uma grande quantidade de memória. O método alternativo apresentado baseia-se na repetição do cálculo de raios luminosos, com vista à reconstrução dos níveis já processados da árvore de "shading". Para não perturbar a eficiência do método, somente os raios indispensáveis para o prosseguimento do algoritmo são recalculados.

A estratégia apresentada para a limitação e ampliação da largura média das árvores de "shading" baseia-se na utilização da noção de coerência de imagem para, com menos pontos de amostragem, se obterem imagens de idêntica qualidade. Apresentam-se métodos de evitar a perda de efeitos luminosos e objectos que, pelas suas pequenas dimensões, possam passar despercebidos dentro de uma área declarada como homogénea.

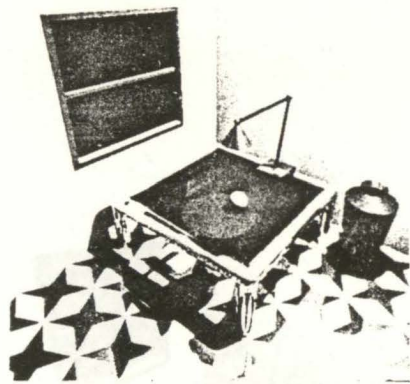
Os resultados obtidos são apresentados e são encorajadores. Apesar disso, estamos ainda longe do tempo de processamento ideal para utilização em sistemas interactivos. A utilização de novas arquitecturas poderá no futuro a atingir o grau de interactividade desejado [2].

Prevê-se a continuação dos trabalhos, nomeadamente na obtenção de algoritmos que permitam a recuperação dos níveis já processados da árvore de shading, com vista a reduzir ainda mais a repetição de cálculos efectuados.

Também o processo de subdivisão das células de imagem carece de maior automatismo, no sentido de o próprio sistema decidir qual ou quais as células com maior necessidade de serem divididas. Desta forma o realismo da imagem pode crescer com maior rapidez e a interactividade pode ser maior.



a)



b)



c)



d)

Imagens 1. - Sequência obtida por aumento de profundidade

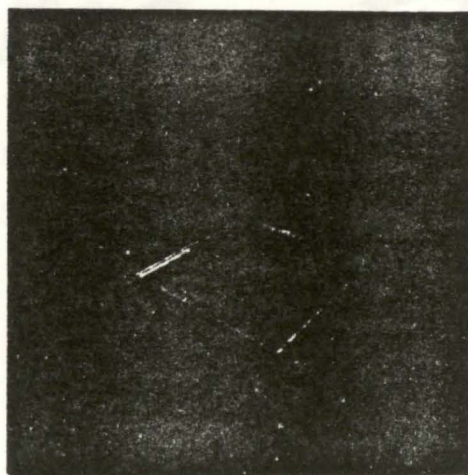
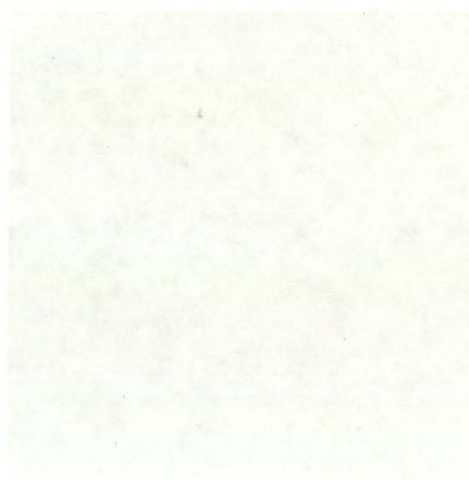
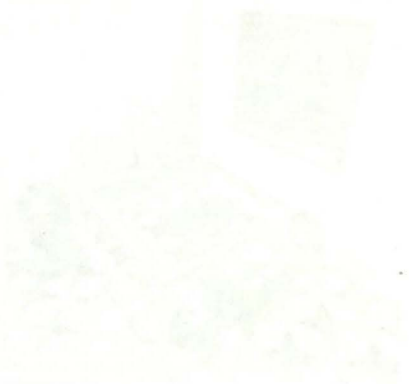
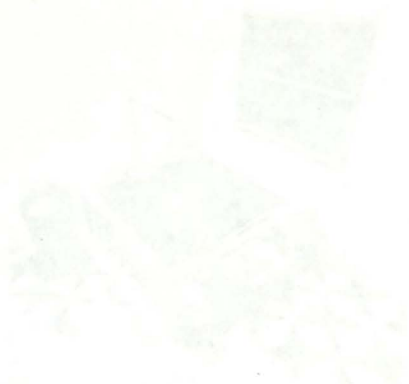
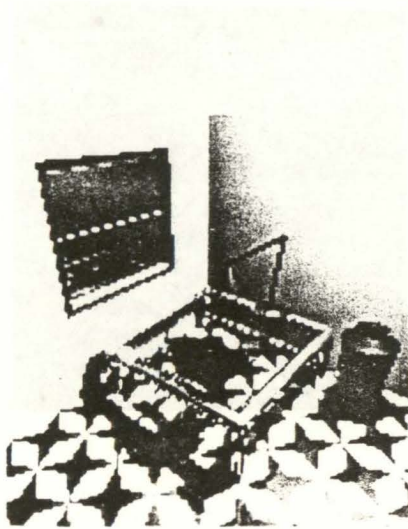


Imagem 2. - Diferença entre as imagens 1.c) e 1.d)





a)



b)



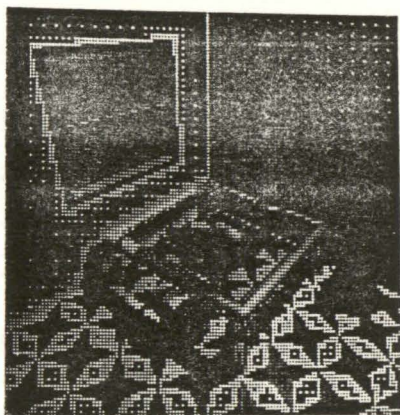
c)



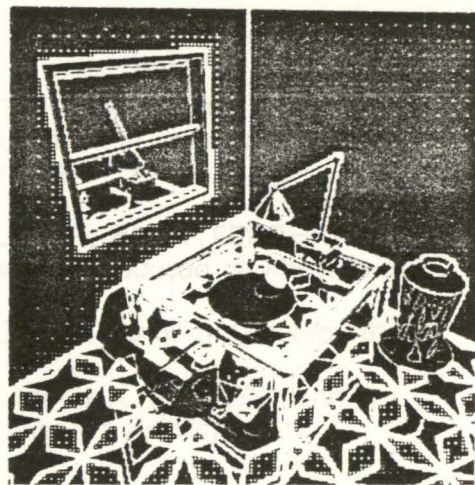
d)

Imagens 3. - Sequência obtida por ampliação em largura

BIBLIOGRAFIA



a)



b)

Imagens 4.- Pontos utilizados no cálculo da imagens 3.a) e 3.c)

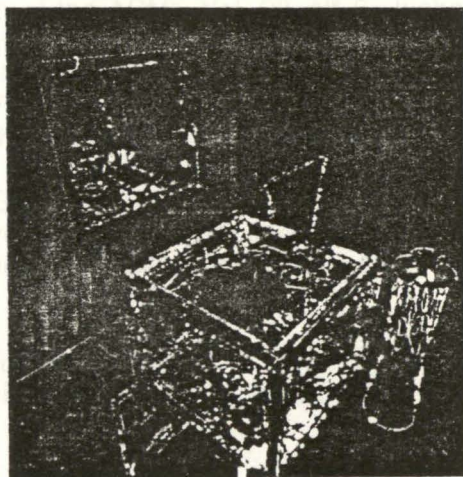
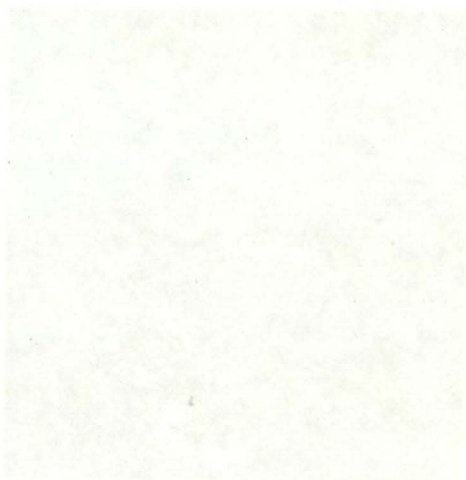
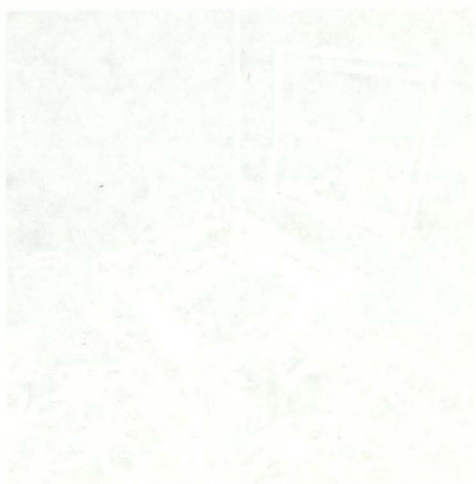


Imagem 5. - Diferença entre as imagens 3.c) e 3.d)



5. BIBLIOGRAFIA

- [1] SOUSA, A. Augusto; COSTA, A. Cardoso; FERREIRA, F. Nunes
Interactive Ray-Tracing for Image Production with Increasing Realism
EUROGRAPHICS'90, Montreux, Setembro 1990
- [2] SOUSA, A. Augusto; COSTA, A. Cardoso; LEITÃO, João M.; FERREIRA, F. Nunes
Ray-Tracing Controlável Interactivamente para Produção de Imagens de Realismo Crescente
3º Encontro Português de Computação Gráfica, Coimbra, Outubro 1990
- [3] FOLEY, J.D.; VAN DAM, Andries; FEINER, Steven K.; HUGHES, John F.
Computer Graphics, Principles and Practice (2ª Edição)
Addison-Wesley, 1990
- [4] SHIRLEY, Peter; WANG, Changyaw
Direct Lighting Calculation by Monte Carlo Integration
"Second Workshop on Rendering", Barcelona, 1991
- [5] WARD, Gregory J.
Adaptative Shadow Testing for Ray-Tracing
"Second Workshop on Rendering", Barcelona, 1991
- [6] WHITTED, Turner
An Improved Illumination Model for Shaded Display
"Communications of the ACM", Vol. 23, Nº 6, Junho 1980
- [7] SÉQUIN, Carlo H.; SMYRL, Eliot K.
Parameterized Ray-Tracing
Computer Graphics, Vol. 23, Nº 3, Julho 1989
- [8] VERBECK, C.P.; GREENBERG, D.P.
A Comprehensive Light-Source Description for Computer Graphics
Computer Graphics and Applications, Vol. 4, Nº 7, Julho 84.
- [9] KAJIYA, J.J.
The Rendering Equation
Computer Graphics, Vol. 20, Nº 4, Agosto 1986
- [10] TASTL, Ingeborg; PURGATHOFER, Werner
Color Spaces and Human Color Perception
"Second Workshop on Rendering", Barcelona, 1991