

Marco de conceptualización geométrica basado en modelos sólidos difusos

A.A. Zaldivar¹ and J.C. Torres²

¹Universidad de Holguín, Cuba

²Universidad de Granada, España

Abstract

En etapas iniciales del diseño se manejan modelos conceptuales que son vagos e inexactos, los cuales son difíciles de manipular con sistemas de modelado convencionales, que requieren una descripción precisa de la geometría. En este trabajo proponemos un modelo geométrico difuso, que permite manejar sólidos definidos mediante conceptos subjetivos que describen formas. La implicación difusa relaciona dichos conceptos con familias de sólidos nítidos. Además se esboza el marco de trabajo para la definición del sistema difuso que rige este proceso, y se describe el funcionamiento y estructura de un prototipo de sistema de diseño basado en estos conceptos.

Categories and Subject Descriptors (according to ACM CCS): I.3.5 [Computer Graphics]: Computational Geometry and Object Modeling—Constructive solid geometry (CSG) ; solid and object representations; J.6 [Computer Aided Engineering]: computer-aided design—;

1. Introducción

El proceso de diseño está dirigido a encontrar una solución óptima. Muchas de sus tareas y actividades implican toma de decisiones, la cantidad y calidad de la información disponible varía en dependencia de la etapa en que se esta inmerso. Wang hace patente la necesidad de manipular diferentes tipos de incertidumbre y vaguedad implícita en la etapa inicial a través de técnicas y métodos sistemáticos, demostrando que la creatividad en el diseño ocurre en el nivel de conceptualización cuando las ideas son vagas y tentativas. [WS02] Aquí se decide del 70% al 80% del costo del producto. El modelado de sólidos constituye la forma más intuitiva y eficaz de capturar la intención del diseño, debido a que las ideas se esbozan en 3D en la mente del diseñador.

2. Incertidumbre en el diseño

Para modelar un sólido computacionalmente es necesario hacer una idealización del objeto físico, la cual debe tener una conexión clara e intuitiva con el sólido. El proceso de diseño en la fase conceptual es intrínsecamente impreciso debido a la vaguedad y la incertidumbre en las ideas del diseñador y a la incompleta información inicial que posee, consiste en generar conceptos de diseño exteriorizando imágenes mentales en representaciones observables para eval-

uarlas e identificar la mejor. En ese momento no tratan con modelos perfectamente dimensionados, se cuentan con datos de naturaleza lingüística sin sustento de información objetiva (ver Figura 1), se manejan una serie de ideas incompletas y abstractas y un conjunto mal definido de requerimientos que el producto deberá cumplir. A medida que el proceso avanza se produce más información y el conocimiento de diseño es continuamente enriquecido.

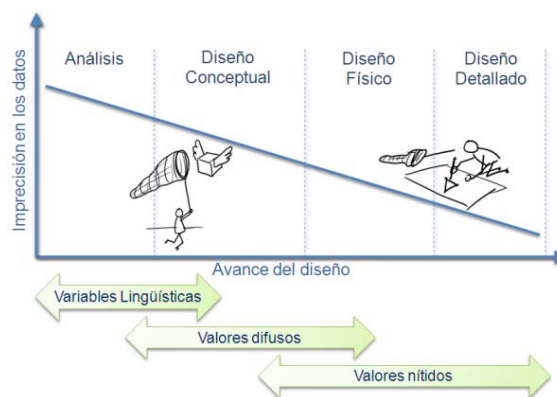


Figure 1: Incertidumbre en el diseño conceptual.

Un paso crítico en esta fase es evaluar alternativas de solución para obtener la óptima de acuerdo con algún criterio. Esta búsqueda es ejecutada en un espacio de solución que contiene subespacios discretos, expresados por parámetros cuantitativos y cualitativos. En este punto el factor humano tiene el rol cardinal, el resultado final es fuertemente dependiente del poder de razonamiento y de la experiencia disponible para abordar el problema. Se hace evidente la necesidad de manipular los diferentes tipos de incertidumbre y vaguedad inherente a esta fase a través de técnicas y métodos sistemáticos que tomen en cuenta su naturaleza incompleta; para esto se requieren formalismos alternativos de representación del conocimiento de diseño que surtan herramientas más flexibles y orientadas al humano, y que potencien su creatividad e ingenio.

Aunque los sistemas CAD han evolucionado en las últimas décadas considerablemente en funcionalidad, expresividad y poder de modelado; los principios que rigen su interfaz de usuario se han mantenido atada a los viejos métodos de modelado. La representación geométrica exacta a bajo nivel, no permite al diseñador reflejar las ideas vagas e inexactas que se manipulan sobre el modelo, siendo imposible la introducción de un boceto inicial aproximado mediante criterios difusos, haciéndolos poco intuitivos y menguando el rendimiento de los mismos. Además son incapaces de manipular objetos cuya geometría este especificada de forma incompleta. Teniendo curvas de aprendizaje pronunciadas, con diálogos rígidos, engorrosos y restrictivos, incluyendo cientos de órdenes. Tampoco asisten en la generación automática de alternativas de diseño.

De manera que existe una barrera de comunicación entre el lenguaje subjetivo e impreciso que caracteriza el pensamiento humano y la precisión en la representación que proveen los métodos de modelado actuales. Obstaculizando los mecanismos de abstracción descendente.

2.1. Métodos de conceptualización geométrica

La conceptualización geométrica de un producto busca expresar ideas creativas de modo rápido, sin requerir precisión. La precisión a nivel geométrico se incorpora cuando el boceto definitivo es seleccionado y portado a un sistema CAD/CAE para manipulación avanzada y visualización.

La conceptualización se ha abordado en la literatura con paradigmas orientados a dibujo y sketch que evocan la libertad de dibujar con papel y lápiz empleando instrumentos de comunicación natural como la interpretación de gestos caligráficos como órdenes para generar objetos y exteriorizar conceptos. [QWJ00]. Otros llegando a reconstruir objetos geométricos en 3D a partir de dibujos en 2D con métodos de inflado axonométrico [CPC00].

Horvath y Ruzak proponen modelos imprecisos donde formas vagas se definen con una representación discreta de partículas para cuantificar el grado de incertidumbre (red de

singularidad). Empleándolos para hacer razonamiento geométrico. [HR00] Un trabajo pionero en esta área es el de Yamaguchi, que aborda la necesidad de representar formas inciertas en fases tempranas del diseño y propone hacerlo mediante conjuntos difusos. Donde la función de pertenencia representa la probabilidad de que un punto este dentro de un conjunto. Los sólidos probabilísticos son creados a partir de sólidos nítidos. [YN92]

En la práctica estas aplicaciones más que lograr vehículos de conceptualización altamente interactivos, automatizan un proceso. Es necesaria una aproximación alternativa, que incorpore mecanismos de interpretación de la percepción subjetiva de las cualidades afiliadas al objeto de diseño, desarrollando herramientas que aumenten la creatividad en un clima mas intuitivo. Métodos y representaciones que no solo exploten el bajo nivel de abstracción sino que tome en cuenta la porción de conocimiento de alto nivel del objeto como conceptos o asociación entre conceptos, y permita su interpretación a distintos niveles abstractos. No se ha hecho mucho hincapié en aprovechar la riqueza expresiva del lenguaje natural para describir formas geométricas, mucho más en sintonía con el modo de pensar del humano y la percepción subjetiva que lo caracteriza.

3. Trabajos relacionados

La intención es el puente entre la imprecisión de la interpretación artística, y la precisión de la representación matemática de formas; esta no pueden ser medida explícitamente con una escala continua. Desde que el diseñador tiene la habilidad de cualitativamente identificar, describir y analizar formas y relaciones espaciales mediante el lenguaje natural, es deseable usar palabras que definan formas, transformaciones, posiciones u orientaciones. Esto no solo hace la herramienta mas intuitiva además provee mejor entendimiento y apreciación del modelo. Pudiéndole ser de gran utilidad a usuarios no técnicos o inexpertos.

Gandhi y Myklebust discuten un enfoque de modelado basado en rasgos con lenguaje natural. Los rasgos son clasificados en un amplio rango de grupos topológicos; haciendo una clasificación jerárquica de formas. Se establecen reglas por cada tipo de rasgo que gobiernan un rango aceptable de valores de parámetros, y relaciones entre ellos [GM89]; el enfoque emplea patches bspline como modelo geométrico básico. Posiciones y orientaciones relativas se determinan con frases del lenguaje natural con una visión insuficiente. Batchelor provee una lista corta de términos útiles de descripción de formas, muchos de ellos son más apropiados para geometrías sencillas que para sólidos tridimensionales [Bat91]. Martin aborda una vía de describir formas inexactas mediante el uso del lenguaje natural; esbozando un método orientado a usuarios no experimentados [Mar94]. La mayoría de los trabajos que hoy emplean el lenguaje natural para computación geométrica están basados en razonamiento simbólico con lógica bivaluada. Pham explora la

interacción entre las variables de diseño y las propiedades estéticas del mismo, y como la lógica difusa puede ser usada para especificar formas que satisfagan requerimientos estéticos. [Pha99a]. En un trabajo posterior propone un enfoque teórico de especificación de formas basado en lógica difusa, el cual persigue brindar al diseñador en la etapa de diseño conceptual la posibilidad de especificar y manipular modelos aproximados de una manera más intuitiva. [Pha02]

Otra ventaja de describir formas con lenguaje natural es aprovechar el poder del significado de las palabras para incluir factores estéticos en el diseño. Este es aún un campo abrupto y su principal razón es que las características difusas del factor estético ha sido difícil de especificar e implementar. El factor estético frecuentemente es muy subjetivo y no puede ser medido explícitamente [KP98] [GM02] [Pha99a]. Esto solo puede ser comprendido enfrascándose en aspectos psicológicos fuertemente influenciado por factores culturales, personales y sociológicos. [Pha99b]

El problema se reduce a encontrar la función f que relaciona o traduce entre dos universos: el espacio T de términos subjetivos del lenguaje natural que describen formas y el espacio P de parámetros geométricos que cuantifican y gobiernan los cambios en la forma del objeto (Figura 2). La correspondencia entre elementos o grupos de elementos entre los dos espacios no es directa pues las formas no van a variar de forma monótona de acuerdo con una escala lineal. Este proceso ha de ser transparente al usuario. Mediante la teoría de conjuntos difusos se puede manejar con términos lingüísticos el proceso de descripción, localización y razonamiento en el diseño de formas. Por un lado el modelo difuso puede describir cualitativamente un sistema usando términos lingüísticos, mientras que por otro lado esos términos son asociados a cantidades difusas pudiéndose obtener valores nítidos cuando se requiera como expresión cuantitativa del modelo.

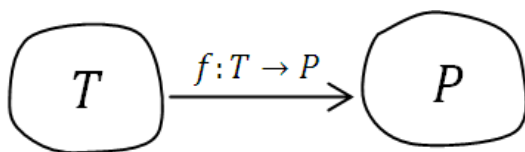


Figure 2: Correspondencia entre los universos cualitativo y cuantitativo de descriptores de forma.

Como resultado de este proceso se obtienen entidades geométricas difusas como una extensión de las tradicionales entidades geométricas nítidas o exactas. Y así mismo un modelo geométrico difuso, que podría interpretarse como un conjunto de modelos exactos aproximados entre sí o de alternativas de diseño. Cada una posee distinto grado de pertenencia al conjunto difuso, de manera que no es un grupo arbitrario de elementos. Miembros diferentes del conjunto tienen alguna similitud y la diferencia entre ellos puede ser

cuantificada. Este conjunto debe ser considerado como una entidad simple descrita por su similitud. Constituyendo implícitamente un espacio discreto de búsqueda que contienen todas las formas nítidas que entran en la definición difusa (Figura 3).

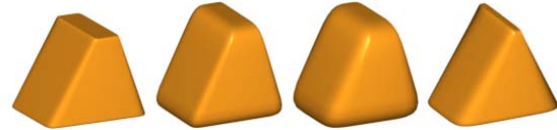


Figure 3: Forma ligeramente cuadrada y moderadamente pellizcada.

El objetivo que persigue el modelado sólido difuso es permitir al usuario especificar sus ideas cualitativas de diseño geométrico vago, para obtener una representación aproximada de la forma deseada y ejecutar tareas con ese modelo mientras retiene sus características difusas. Para esto se requiere:

- La habilidad de procesar un lenguaje de términos que describen formas geométricas.
- Un mecanismo natural de entrada de formas (no orientado a entidades geométricas).
- Una representación computacional que capture la vaguedad y pueda interpretarla y procesarla.

4. Modelos sólidos difusos

La aplicación de la teoría de conjuntos difusos al modelado de geometrías no ha sido muy explorado, la mayoría de los trabajos existentes se concentran en el modelado difuso de formas geométricas en dos dimensiones, empleadas fundamentalmente en el procesamiento de imágenes y la visión artificial. [Ros98] [CL08].

Las propiedades geométricas de los conjuntos difusos han sido tratadas desde que estos fueron introducidos en los 60 [Low80] [Zhe84] [DJ87] [Bog87] [Cha91] [Blo93] [Sam96]. El artículo precursor de la teoría de conjuntos difusos [Zad65] ya habla de la convexidad de conjuntos y en ella subyacen ideas geométricas por doquier.

4.1. Geones paramétricos

Los Geones paramétricos es un modelo geométrico propuesto por Barr [Bar81] y ampliado por Wu [WL94]. Empleados en variedad de aplicaciones en informática gráfica y visión artificial, por su capacidad de proveer un conjunto relativamente amplio de formas simples, incluyendo las primitivas geométricas en 3D con relativamente pocos parámetros que controlan sus características volumétricas. Los geones están basados en superelipsoides y sus deformaciones. Proporcionando un modelo cuya definición posee cualidades cuantitativas y cualitativas (Figura 4).

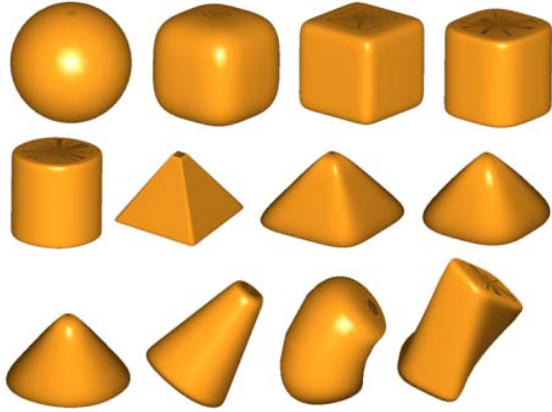


Figure 4: Geones paramétricos.

Los superelipsoides son un tipo de supercuádras muy empleados como funciones implícitas pues poseen una serie de propiedades matemáticas que la hacen factible para manipularlas computacionalmente.

$$f(x, y, z) = \left(\left| \frac{X}{a_x} \right|^{\frac{2}{E_2}} + \left| \frac{Y}{a_y} \right|^{\frac{2}{E_2}} \right)^{\frac{E_2}{E_1}} + \left| \frac{Z}{a_z} \right|^{\frac{2}{E_1}} \quad (1)$$

Entre sus principales ventajas está que su forma es controlada por parámetros simples y que su ecuación implícita (1) es orientable. Su principal desventajas es que no permite modelar formas complejas. Los geones pueden ser formulados paramétricamente como el producto esférico de curvas supercónicas (2), expresión que resulta más factible que el modelo implícito para muestrear su superficie, obtención de una malla y renderizado.

$$\begin{aligned} x &= a_x \cos^{E_1} \phi \cos^{E_2} \beta \\ y &= a_y \cos^{E_1} \phi \sin^{E_2} \beta \\ z &= a_z \sin^{E_1} \phi \end{aligned} \quad (2)$$

Donde $-\pi/2 \leq \phi \leq \pi/2$; $-\pi \leq \beta \leq \pi$; $0 < E_1, E_2 < \infty$.

Los parámetros E_1 y E_2 controlan la redondez-cuadratura de la forma en la latitud y la longitud. a_x, a_y y a_z definen el escalado de la supercuádras en cada eje respectivamente. K_x, K_y controlan el estrechado de su eje lineal (5). t controla el torcido axial (4). k controla la curvatura lineal de la forma (3).

$$\begin{aligned} X' &= k^{-1} - \cos \theta (k^{-1} - x) \\ Y' &= y \\ Z' &= (k^{-1} - x) \sin \theta \end{aligned} \quad (3)$$

Donde $\theta = kz$ es el ángulo de curvado.

$$\begin{aligned} X' &= x \cos \theta - y \sin \theta \\ Y' &= x \sin \theta - y \cos \theta \\ Z' &= z \end{aligned} \quad (4)$$

Donde $\theta = t(z/a_z + 1)\pi/2$ es el ángulo de torcido.

$$\begin{aligned} X' &= \left(\frac{K_x}{a_z} z + 1 \right) x \\ Y' &= \left(\frac{K_y}{a_z} z + 1 \right) y \\ Z' &= z \end{aligned} \quad (5)$$

Estas deformaciones pueden ser acumuladas en una matriz, y obteniendo las ecuaciones inversas se puede componer una ecuación implícita general para los geones paramétricos.

4.2. Sólidos difusos primitivos

La influencia cualitativa sobre la forma que proveen cada uno de los parámetros de los geones y su dualidad cuantitativa lo hacen un modelo geométrico ideal para establecer el puente buscado entre cualidades subjetivas y precisión matemática. Durante el proceso de transformación, las cualidades volumétricas no van a variar de forma monótona de acuerdo con una escala lineal, además las variables de entrada son implícitamente vagas y las reglas a establecer de naturaleza lingüística. Bajo estas circunstancias un sistema basado en reglas booleanas permitiría una representación muy limitada del conocimiento del sistema; en contraste, un sistema basado en reglas difusas concibe que las reglas se cumplan en alguna medida permitiendo resultados más tolerantes ante la incertidumbre de variables y reglas. De manera que conclusiones imprecisas serán deducidas a partir de una colección de premisas imprecisas. Empleando la herramienta XFuzzy [MVBSSB01] que es un laboratorio para el diseño de sistemas difusos, se concibió un sistema tipo Mandani donde las variables de entrada del sistema son descriptores geométricos de la forma y las variables de salida están en función de los parámetros del geón (Figura 5). El proceso de transformación entre los dos espacios, es realizado por el motor de inferencia que contiene la base de reglas difusas que relacionan las variables de entrada con las de salida.

Para darle naturaleza borrosa a las variables de salida, se particionó su dominio en categorías lingüísticas, con una granulación acorde al efecto geométrico que ejerce el parámetro sobre la forma de salida, recorriendo un rango de valores que suministre formas validas (Figuras 6 y 7).

La Interfaz de borrosificación convierte los datos de entrada a valores lingüísticos adecuados para la manipulación del sistema. Aquí las variables de entrada tomarán valores

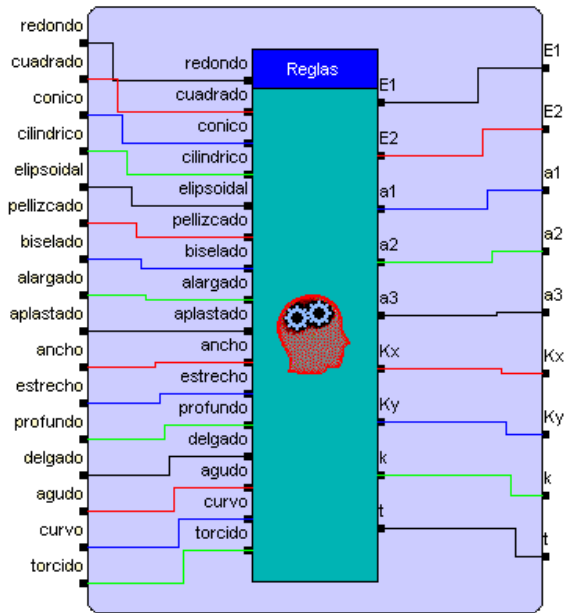


Figure 5: Sistema de inferencia difuso.

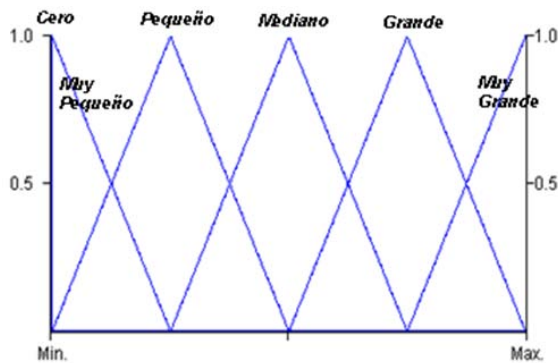


Figure 6: Particiones lingüísticas de la variable de salida K_x , K_y , t y k .

en el rango de 0 a 100 para expresar la proporción con que cada término lingüístico se manifiesta en la forma de salida. El particionamiento de las mismas se hace segmentando el espacio de la variable en tipos discretos que se solapan, dependiente del significado semántico y el universo de discurso de cada descriptor subjetivo. De este modo ya se está describiendo parte del comportamiento difuso del sistema (que una forma sea ligeramente redonda y a la vez moderadamente redonda en distinta cuantía). (Figura 8 y 9). La partición lingüística "nada" es de tipo singleton que solo toma el valor 1.0 cuando la variable vale 0.0 e intenta expresar el estado cuando la forma de salida no manifiesta en ninguna cuantía este modificador.

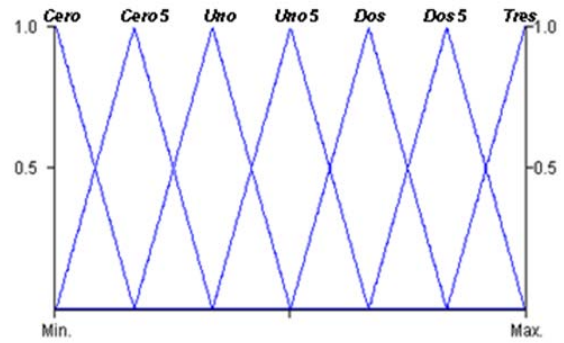


Figure 7: Particiones lingüísticas de las variables de salida E_1 y E_2 .

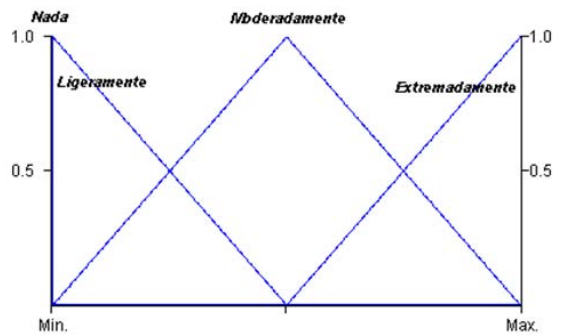


Figure 8: Particiones lingüísticas de la variable cuadrada.

Los parámetros que delimitan las funciones de pertenencia (particiones lingüísticas) son ajustados mediante un test subjetivo basado en la técnica de diferencial semántico [OST67], el cual es un instrumento de evaluación psicológica que busca cuantificar el significado y la percepción. Consiste en proponer una lista de adjetivos expresados en una escala bipolar y relacionados con un sujeto (forma geométrica)(Figura 10). Para procesar los resultados se suman

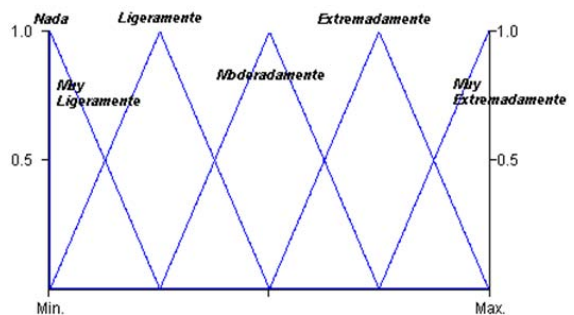


Figure 9: Particiones lingüísticas de la variable alargada.

las puntuaciones dadas a cada ítem y se divide entre el total para obtener un promedio. Este valor correlaciona los valores de parámetros que están definiendo la forma que se muestra con un valor de significado, obteniéndose una distribución de frecuencia que nos permite ajustar el significado de las particiones.

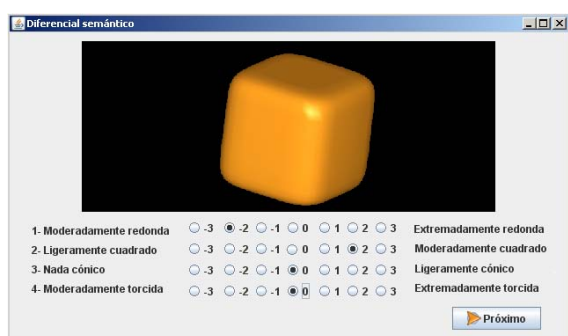


Figure 10: Test de diferencial semántico para el ajuste de las particiones.

Las reglas de inferencia difusa requieren fundamentalmente coherencia geométrica entre el término descriptivo y la forma obtenida expresada por sus parámetros. Para el diseño de las mismas se añadió un visor 3D al módulo de comprobación del XFuzzy que muestra el geón derivado de los parámetros de salidas que se obtienen al especificar los valores de entrada (Figura 11).

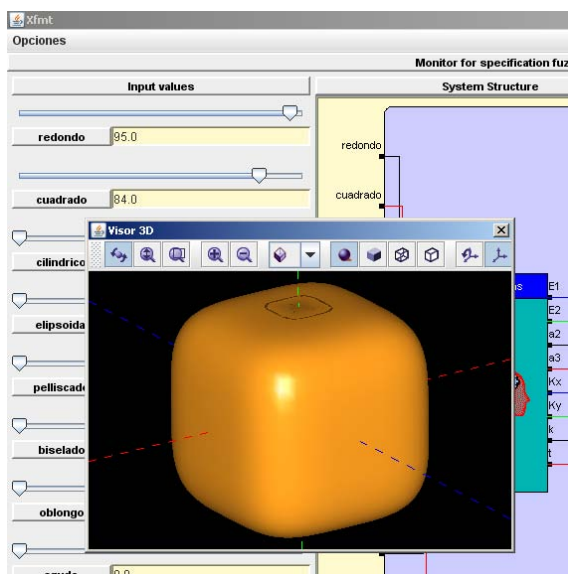


Figure 11: Módulo de monitorización del sistema difuso.

Además esta interfaz permite monitorizar tanto los valores de entrada ubicados en su espacio de particiones, como

los valores de disparo de cada una de las reglas de inferencias incluida las variables de salida en términos difusos. Lo que lo hace muy cómodo para especificar interactivamente la base de reglas. Las reglas son expresadas de la manera siguiente:

```
if(curvo == nada)then k= cero;
if(curvo == ligeramente)then k= pequeño;
if(curvo == moderadamente)then k= mediano;
if(curvo == extremadamente)then k= grande;
```

La salida difusa del sistema para cada variable, consiste en un área (delimitada por la línea azul) (Figura 12), obtenida por agregación del área que aporta cada regla en dependencia del grado de cumplimiento del antecedente y la forma del consecuente. Esta área se interpreta como la proporción de influencia de dicha regla a la solución final de la variable respectiva.

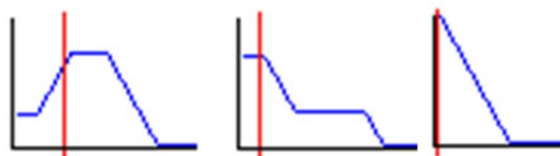


Figure 12: Salida difusa y su valor de desfusificación.

El valor de desfusificación (línea roja) en la Figura 12 no es más que el último paso de cualquier sistema difuso, y consiste en escoger de cada uno de los conjuntos difusos de salida el valor nítido más representativo del mismo. El método de desfusificar debe depender de la connotación semántica de la variable.

En esta propuesta hemos empleado el método FuzzyMean o centro promedio (6) el cual es una variante del centroide del área pero calculado de una forma normalizada con respecto al centro. Con este método el valor de salida tiende a moverse suavemente entorno a la región difusa de salida de una solución a otra. Se incurre en poco costo computacional y es aplicable a cualquier geometría de salida. El valor esperado puede llegar a ser los extremos de la variable de salida.

$$FuzzyMean(x) = \frac{\sum_{i=\min}^{\max} \mu_x(i) \times center}{\sum_{i=\min}^{\max} \mu_x(i)} \quad (6)$$

Donde $\mu_x(i)$ devuelve el grado de pertenencia del valor i al conjunto difuso x cuyo centro es $center$.

La desfusificación no tiene que ser ejecutada inmediatamente después de obtener la forma deseada, esta incertidumbre puede ser retenida y aprovechada tanto como se desee para ejecutar tareas sobre ella inherentes al proceso de modelado. Y solo cuando se requiera obtener una forma nítida se procede a desfusificar.

En analogía con un conjunto difuso tradicional, la forma difusa F descrita con lenguaje natural define un conjunto de

pares ordenados $(f_i, \mu(f_i))$ que son implícitamente una familia de formas nítidas aproximadas entre si dentro del dominio geométrico $U = \{f_1, f_2, \dots, f_n\}$ donde cada una posee distinto grado de pertenencia $\{\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n\}$ al conjunto difuso F (7). Si definimos una forma como "muy extremadamente aguda" (Figura 13), obtenemos una familia de formas que recorren el rango de valores $\Delta v = v_n - v_1$ en el dominio de la variable de entrada "aguda" correspondiente a la partición "muy extremadamente" y cada una de ellas pertenece con grado μ_i a dicha definición.

$$F = \{(f, \mu(f)) : f \in U\} \tag{7}$$

$$\mu : U \rightarrow [0, 1]$$

El grado de pertenencia difuso del punto nítido p a la forma difusa F se computa sumando los grados de pertenencia μ_i de todas las formas nítidas f_i en que el punto p está incluido y dividiendola entre el total de formas consultadas(8).

$$M(p, F) = \frac{\sum_{i=v_1}^{v_n} \mu(f_i)g(p, f_i)}{n} \tag{8}$$

$$g(p, f_i) = \begin{cases} 1 & \text{si } p \in f_i \\ 0 & \text{si } p \notin f_i \end{cases} \tag{9}$$

Donde $g(p, f_i)$ es un predicado que devuelve 1 si el punto p está incluido dentro de la forma nítida f_i y 0 en caso contrario (9), esta consulta es ejecutada mediante la ecuación implícita del geón correspondiente. El valor de n define el número de formas nítidas a muestrear en el test y se establece basado en criterios de costo computacional.

Para calcular el grado de pertenencia de un punto nítido a una definición difusa compuesta (ej. forma extremadamente agudo y moderadamente cuadrado) se computa con una t-norma como el operador $\min(\mu_m, \mu_n)$.

4.3. Sólidos difusos complejos.

En la práctica se requiere obtener modelos sólidos más complejos de los que provee el domino geométrico de los geones paramétricos, por lo que se requiere encontrar mecanismos que propaguen la incertidumbre geométrica de las entidades difusas primitivas logradas hasta el momento a modelos compuestas más complejos. Uno de los métodos de modelado más empleado es la Geometría Constructiva de Sólidos (CSG), compuesta por tres elementos básicos: las primitivas geométricas, su información espacial y las operaciones booleanas (Figura 14). El proceso de construcción de una figura compleja difusa es conceptualmente el mismo que en el modelado sólido convencional, la única diferencia entre el enfoque propuesto y el clásico es que las entidades primitivas y la información espacial para localizarlos son difusas

por tanto las operaciones booleanas cambian consecuentemente.

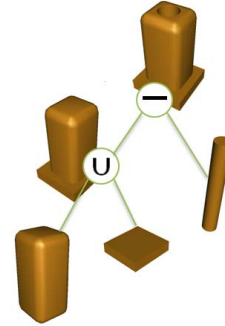


Figure 14: . Geometría constructiva de sólidos.

Partimos del concepto de función característica, que toma valor 1 en el interior del sólido y 0 en el exterior. Por analogía, un sólido difuso se puede representar usando una función de pertenencia difusa $\mu(p)$ (10) que puede evaluar cualquier punto p del espacio euclídeo. Ahora el conjunto de puntos del sólido S queda dividido en dos: el subconjunto I de puntos que están completamente contenidos dentro del sólido difuso y el subconjunto B de puntos que se encuentran parcialmente contenidos o localizados en su frontera difusa (Figura 15). Pudiéndose interpretar el valor devuelto por la función de pertenencia difusa como el grado de pertenencia del punto al sólido difuso.

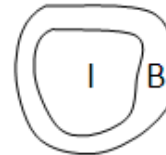


Figure 15: . Sólido difuso S.

$$\mu(p) = \begin{cases} 0 & \text{si } p \notin S \\ (0, 1) & \text{si } p \in B \\ 1 & \text{si } p \in I \end{cases} \tag{10}$$

$$I \subset S, B \subset S, p \in E^3$$

Definimos entonces implícitamente un sólido difuso S como todos los puntos que satisfacen la condición $\mu(p) \geq 0$ (11) y su frontera difusa cumple la condición $0 < \mu(p) < 1$ (12). En la definición se consideran sólidos no vacíos y regulares.

$$S = \{p \in R^3 : \mu(p) \geq 0\} \tag{11}$$

$$\mu : R^3 \rightarrow R$$

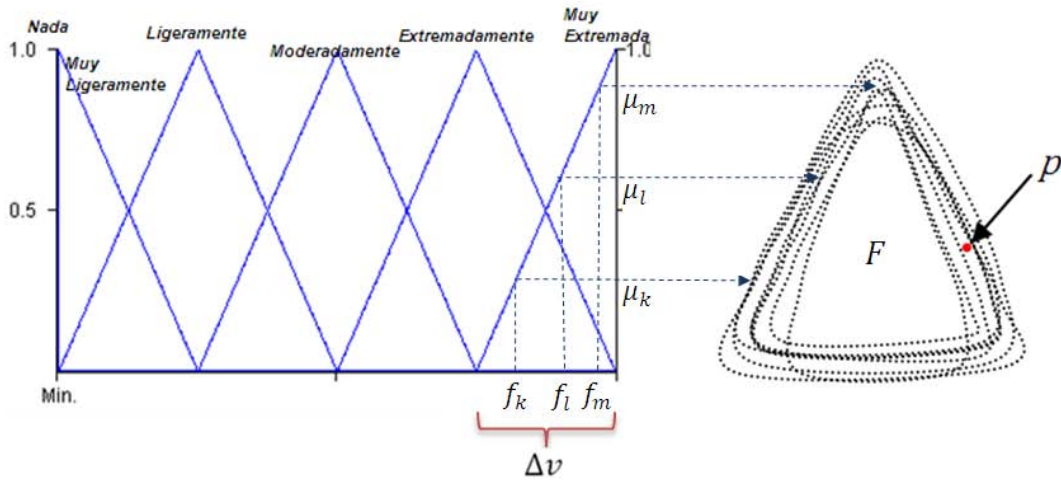


Figure 13: Familia de formas "muy extremadamente aguda".

$$B = \{p \in \mathbb{R}^3 : 0 < \mu(p) < 1\} \quad (12)$$

Basados en esta definición especificamos progresivamente formas geométricas más complejas mediante los artificios del modelado implícito. Un enfoque natural para conjuntos semi analíticos es definir constructivamente funciones de pertenencia más complejas tratando a μ como una función de pertenencia difusa y operándolas con t-normas y t-conormas, equivalentes en la teoría de conjuntos difusos a usar los operadores estándar de conjuntos nítidos ($\cap, \cup, -$).

Una estrategia que aligera el costo computacional para representar la geometría constructiva es la típica estructura de datos árbol, con las funciones de pertenencia primitiva definidas en (8) almacenadas en los nodos hojas y los operadores de conjuntos difusos (t-normas y t-conormas) en los nodos interiores del árbol. Entonces el algoritmo para evaluar el grado de pertenencia de un punto a una forma difusa compleja, puede ser implementado naturalmente evaluando el árbol e invirtiendo cada operación booleana en términos de la operación lógica correspondiente (\odot). (13). El algoritmo admite las típicas estrategias de optimización como poda, localización, restructuración y paralelización del proceso de evaluación.

$$p \in (S_1 \text{ Op } B \ S_2) \implies (p \in S_1) \odot (p \in S_2) \quad (13)$$

Las transformaciones rígidas son acumuladas en una matriz T , y su inversa es la que opera transformando el punto auditado (14)

$$p \in T[S_x] \implies T^{-1}[p] \in S_x \quad (14)$$

5. Prototipo de modelador

Basado en las ideas expuestas anteriormente se diseñó un prototipo de modelador de sólidos. Consiste en un entorno de edición elemental basado en CSG en que las entidades primitivas se definen en un entorno descriptivo (Figura 17).

El árbol de la izquierda en la interfaz contiene todos los descriptores geométricos difusos definidos en el sistema y desplegando su interior se accede a las particiones lingüísticas afiliadas al mismo (Figura 16). La primitiva es conformada arrastrando los nodos hojas del árbol (moderadamente oblongo, extremadamente pellizcado, etc) hasta el dispositivo gráfico de la derecha. Al producirse el arrastre, la primitiva que se muestra adquiere esa descripción y lo añade a la lista de la parte inferior, que muestra la descripción textual de la forma que se define. La visualización de la primitiva en el visor, es mostrada mediante una animación cíclica que recorre el espacio de parámetros correspondiente a la descripción.

Una vez que se conforma la entidad, se transita al paso siguiente que es la interfaz de posicionamiento espacial de la primitiva (Figura 18). Por medio de una filosofía de interacción similar se detallan un grupo de restricciones espaciales difusas (ej. "ligeramente lejos delante del origen y moderadamente cerca arriba de la entidad X"), así como ángulos difusos de rotación.

Al concluir la descripción de la primitiva y su posicionamiento espacial, se inserta en el área de trabajo para ser combinada con otras primitivas mediante operaciones booleanas para obtener formas difusas más complejas.

El uso más elemental que se le puede dar a la vaguedad geométrica emanada del modelo, es proveer mecanismo de exploración de formas para selección y comparación por parte



Figure 16: .Árbol de términos descriptivos.

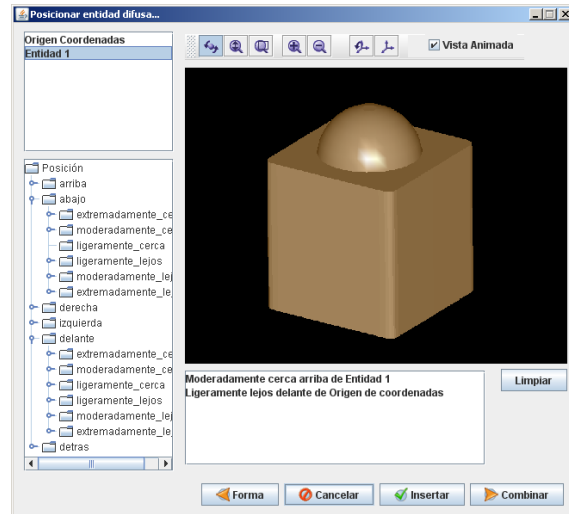


Figure 18: . Posicionamiento espacial difuso de una primitiva.

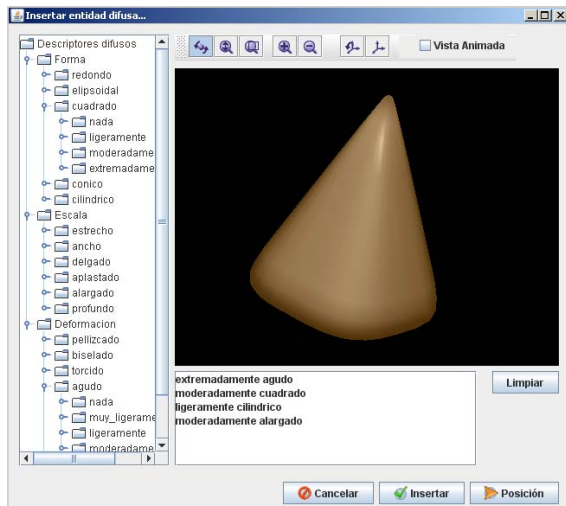


Figure 17: . Descripción de una primitiva difusa.

del diseñador, así como búsqueda automática de formas dentro del espacio de diseño implícito, mediante métodos de optimización. Pudiéndose aprovechar en muchas más tareas del modelado sólido, en que se necesite lidiar con datos cualitativos e incertidumbre geométrica. Algunas de estas tareas con cuestiones por resolver pudieran ser: descripción de formas con lenguaje natural para conceptualización geométrica, el indexado y la recuperación de formas geométricas con criterios difusos, la búsqueda de formas óptimas bajo algún criterio, la clasificación y reconocimiento automático de formas, el razonamiento geométrico vago, los métodos de modelado para no expertos, la manipulación de la imprecisión en la medición o el cálculo (escaneo 3D), la inclusión de factores estéticos subjetivos en el diseño geométrico de productos y la descripción de modelos sólidos con lenguaje natural.

6. Conclusiones y futuros trabajos

Mediante un enfoque difuso se logra asociar un conjunto de términos subjetivos del lenguaje natural que describen formas geométricas con los parámetros que controlan el modelo de salida. Describir una forma cualitativamente equivale a definir una familia de formas similares que su pertenencia puede ser cuantificada, proporcionando un espacio de alternativas. Un modelo geométrico difuso es un conjunto de modelos exactos, aproximados entre sí, descritos por su similitud. El modelo implícito de sólido difuso permite operar de forma homogénea los modelos geométricos difusos, propagando la incertidumbre geométrica a sólidos más complejos. Mediante el prototipo de modelador propuesto se puede concebir formas geométricas en un ambiente descriptivo, proporcionando un clima de conceptualización de ideas favorable, pudiéndose ejecutar tareas que aprovechen esa imprecisión del modelo. La propuesta debe ser mejorada en puntos tales como: concebir mecanismos de realimentación de la base de conocimiento con la opinión perceptiva del usuario, lograr glosario de términos que describan formas a niveles de abstracción más elevados e implementar soluciones a las tareas ya mencionadas que mejoren el rendimiento actual de las mismas.

References

[Bar81] BARR A. H.: Superquadrics and angle-preserving transformations. *IEEE Computer Graphics Appl* 1 (1981), 11–23.
 [Bat91] BATCHELOR B. G.: *Intelligent Image Processing in Prolog*. Springer Verlag, 1991.
 [Blo93] BLOCH I.: Fuzzy connectivity and mathematical morphology. *Pattern Recognition Letters* 14 (1993), 483–488.
 [Bog87] BOGOMOLNY A.: On the perimeter and area of fuzzy sets. *Fuzzy Sets Systems* 23 (1987), 257–269.

- [Cha91] CHAUDHURI B.: Some shape definitions in fuzzy geometry of space. *Pattern Recognition Letters* 12 (1991), 531–535.
- [CL08] CLARK T., LARSON J.: Fuzzy geometry. *Applying Fuzzy Mathematics to Formal Models in Comparative Politics* (2008), 65–80.
- [CPC00] COMPANY P., PIQUER A., CONTERO M.: On the evolution of geometrical reconstruction as a core technology to sketch-based modeling. *Computer-Aided Design* 32 (2000), 851–866.
- [DJ87] DUBOIS D., JAULENT M.: A general approach to parameter evaluation in fuzzy digital pictures. *Pattern Recognition Letters* 6 (1987), 251–259.
- [GM89] GANDHI A. R., MYKLEBUST A.: A natural language approach to feature based modeling. *Proc. Conf. on CAD and Computer Graphics, International Academic Publishers* (1989).
- [GM02] GIANNINI F., MONTI M.: Cad tools based on aesthetic properties. *Primo Convegno Eurographics Italian Chapter* (2002).
- [HR00] HORVATH I., RUZAK Z.: Vague modeling for conceptual design. *Proc. Conf. on CAD and Computer Graphics, International Academic Publishers* (2000).
- [KP98] KNOOP W., PHAM B.: Towards computer supported design for aesthetics. *Proceedings of the 31st ISATA Conference* (1998), 403–412.
- [Low80] LOWEN R.: Convex fuzzy sets. *Fuzzy Sets Systems* 3 (1980), 291–310.
- [Mar94] MARTIN R. R.: Modelling inexact shapes with fuzzy sets. *Proceedings CSG'94* (1994), 1–26.
- [MVBSSB01] MORENO-VELO F., BATURONE I., SANCHEZ-SOLANO S., BARRIGA A.: Xfuzzy 3.0: A development environment for fuzzy systems. *Proc. International Conference in Fuzzy Logic and Technology* (2001), 93–96.
- [OST67] OSGOOD C., SUCI J., TANNENBAUM P.: The measurement of meaning. *Univ. of Illinois* (1967).
- [Pha99a] PHAM B.: Design for aesthetics: Interactions of design variables and aesthetic properties. *Proceedings of Annual Symposium Electronic Imaging '99* (1999).
- [Pha99b] PHAM B.: Shape specification in design using fuzzy logic. *Knowledge-Based Intelligent Information Engineering Systems* (1999).
- [Pha02] PHAM B.: Fuzzy solid modelling. *Proceedings Tools and Methods of Competitive Engineering* (2002), 29–73.
- [QWJ00] QIN S., WRIGHT D., JORDANOV I.: From on-line sketching to 2d and 3d geometry: A fuzzy knowledge based system. *Computer-Aided Design* 32 (2000), 851–866.
- [Ros98] ROSENFELD A.: Fuzzy geometry: An updated overview. *Information Sciences* (1998), 110–127.
- [Sam96] SAMARASEKERA J.: Fuzzy connectedness and object definition: Theory, algorithms, and applications in image segmentation. *Graphical Models and Image Processing* 58 (1996), 246–261.
- [WL94] WU K., LEVINE M. D.: Parametric geons: A discrete set of shapes with parameterised attributes. *Proceed. SPIE Inter. Symposium on Optical Engineering and Photonics in Aerospace Sensing: Visual Info. Process.* (1994), 14–26.
- [WS02] WANG L., SHEN W.: Collaborative conceptual design-state of the art and future trends. *Computer-Aided Design* 34 (2002), 981–996.
- [YN92] YAMAGUCHI Y., NAKAMURA H.: Probabilistic solid modelling: A new approach for handling uncertain shapes. *Geometric Modeling for Product Realisation* (1992), 95–108.
- [Zad65] ZADEH L.: Fuzzy sets. *Information Control* 8 (1965), 338–353.
- [Zhe84] ZHENG C.: Fuzzy path and fuzzy connectedness. *Fuzzy Sets Systems* 14 (1984), 273–280.