

Simplificación Estadística de una población de objetos 3D

E. Garcia ¹, S. Baldassarri ^{2,4} y S. Olmos^{3,4}

¹ Departamento de Matemáticas y Computación, Universidad de La Rioja, España

² Grupo de Informática Gráfica Avanzada (GIGA), Universidad de Zaragoza

³ Grupo de Tecnología de las Comunicaciones (GTC), Universidad de Zaragoza

⁴ Instituto de Investigación e Ingeniería de Aragón (I3A), Zaragoza, España

Resumen

Este artículo presenta un algoritmo de simplificación para una población de objetos 3D. Aunque las poblaciones o conjuntos de objetos son un tipo de datos muy conocido en el procesado digital de imágenes, los algoritmos de simplificación se han centrado normalmente en objetos individuales y el problema de la simplificación de poblaciones continúa abierto. El algoritmo que se propone en este artículo utiliza la información estadística de la forma, que nos proporciona la población, como guía en la simplificación. La variabilidad de la población puede expresarse con menos variables que instancias en la población. Esta mejora es notable cuando la población es grande. También se presenta una nueva métrica de desviación geométrica para evaluar la calidad de la simplificación efectuada en toda la población. Esta métrica es simétrica e independiente del algoritmo utilizado para simplificar. Una población de estructuras cerebrales se ha simplificado utilizando nuestro algoritmo de simplificación estadística y el método de eliminación de vértices. Los resultados de ambos se han comparado y se ha analizado su calidad mediante la métrica de desviación geométrica definida en este trabajo.

Categories and Subject Descriptors (according to ACM CCS): I.3.5 [Computer Graphics]: Computational Geometry and Object Modeling I.4.8 [Image Processing and Computer Vision]: Shape

1. Introducción

En el ámbito de la informática gráfica se han desarrollado múltiples técnicas de simplificación, principalmente de objetos poligonales, con el fin de acelerar el proceso de visualización. El principal objetivo de estas técnicas es generar una o varias aproximaciones del modelo 3D original eliminando detalles redundantes del modelo inicial. Así, un modelo multirresolución es una representación que incluye el objeto inicial y sus simplificaciones o niveles de detalle. Normalmente, estos niveles de detalle se obtienen a partir del modelo inicial aplicando iterativamente distintas operaciones geométricas como la contracción de aristas [GH97] [GZ05], la eliminación de vértices [SZL92], la agrupación de vértices [LT97] [Lin00] o la unión de regiones [KT96].

Algunos métodos de simplificación basados en la contracción de aristas, introducen información adicional a las características geométricas del modelo. Esta información está relacionada con la apariencia del modelo como puede ser normales, colores, o texturas [GH98] [Hop99]. Otros métodos tratan de preservar únicamente en el modelo simpli-

ficado cualidades visualmente importantes del modelo original [COM98] [JRSW03]. Estos algoritmos se aplican exclusivamente sobre objetos individuales. Recientemente se han estudiado diferentes métodos de simplificación para mallas deformables o que varían con el tiempo [MG03] [DR05] [KG05] [HCC06]. Estos métodos se basan en la contracción de aristas y consideran todos o un subconjunto de fotografías de la animación a la hora de elegir la arista a contraer. Sin embargo, el problema de la simplificación de una población de objetos 3D continúa abierto.

En este trabajo, proponemos un algoritmo para la simplificación de una población de objetos y su validez se verifica mediante una aplicación médica. Sin embargo, el método propuesto puede aplicarse en otras áreas como la simulación de multitudes y comportamiento gregario.

En el campo del procesado digital es usual utilizar las poblaciones o conjuntos de objetos para extraer estructuras a partir de imágenes 3D. La segmentación automática de imágenes médicas requiere normalmente un conocimiento a priori de la geometría de la estructura a extraer. En es-

te sentido, los Modelos de Distribución de Puntos (PDM) [CTCG92] son una técnica de descripción de forma que está siendo ampliamente utilizada para representar objetos en imágenes. Esta técnica asume que existe un conjunto de instancias (conjunto de entrenamiento) del cual derivar una descripción estadística de la forma y su variación. La figura 1 muestra una población de objetos y su PDM representado por la forma media y su primer modo de variación. El modelo multiresolución se obtiene simplificando la población en diferentes niveles de detalle.

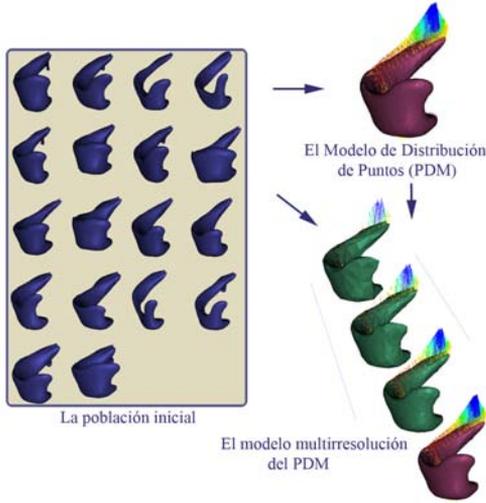


Figure 1: Ejemplo de la simplificación estadística de una población de objetos 3D.

El propósito de este trabajo es doble:

- En primer lugar proponer una metodología para simplificar poblaciones de objetos. El algoritmo de simplificación estadística toma como entrada una población de instancias y su correspondiente PDM y genera como salida una nueva población de objetos y, por tanto, el correspondiente modelo PDM simplificado.
- En segundo lugar presentar una métrica para evaluar la calidad de la simplificación efectuada en una determinada población. Esta métrica es una medida de la desviación geométrica producida en cada una de las instancias de la población debido a la simplificación.

La organización del artículo es la siguiente. En la sección 2 se propone la metodología para simplificar poblaciones de objetos. En la sección 3 se presentan los resultados obtenidos de la simplificación de una población de 18 modelos del Ventrículo Lateral Izquierdo construidos a partir de la segmentación de imágenes de resonancia magnética. Posteriormente, en la sección 4, se introduce una métrica para evaluar la calidad de la simplificación efectuada en una determinada población y se evalúan, utilizando esta métrica, los resultados obtenidos. Para finalizar, se exponen las conclusiones y las líneas de trabajo futuras en la sección 5.

2. El algoritmo de simplificación estadística

El método de simplificación estadística pertenece al tipo de métodos basados en la contracción iterativa de aristas. Después de cada contracción $(v_1, v_2) \rightarrow v$, se genera un nuevo vértice v . Para ello, se tienen que abordar dos problemas: la prioridad al elegir la arista a contraer y el valor que tendrá el nuevo vértice resultado de unificar los dos anteriores. A continuación se describen los detalles de cómo nuestro método resuelve ambos problemas.

2.1. El coste de la contracción de aristas

El primer problema a resolver consiste en seleccionar la arista a contraer. A la hora de elegir una métrica de coste para la simplificación de una población es esencialmente importante considerar, aparte de la geometría del objeto, la información estadística de forma de la población, es decir, la información de la variación de las instancias con respecto a la forma media. El algoritmo de simplificación que se propone en este trabajo está basado en el método de Hoppe para simplificar mallas con atributos de apariencia [Hop99] porque utiliza un métrica de coste que está formada tanto por un término de error geométrico como por un término de error en los atributos. El siguiente párrafo es una mera introducción de la métrica de coste de Hoppe necesaria para entender la métrica de coste desarrollada para nuestro algoritmo de simplificación estadística, que se describe justamente después.

Métrica de coste de Hoppe. Como se ha mencionado anteriormente, esta métrica incluye tanto el error geométrico como el error en los atributos de apariencia asociados a cada vértice. Cada vértice v de la malla del objeto inicial tiene asociada una posición geométrica $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^3$ y h atributos de apariencia denotados por \mathbf{s} . En cada vértice se define una métrica de coste Q^v como la suma de las métricas asociadas a las caras adyacentes (triángulos) AT ponderadas por el área del triángulo:

$$Q^v = \sum_{t \in AT} \text{area}(t) \cdot Q^t \quad (1)$$

La métrica de coste asociada a cada triángulo t es una superficie cuádrica definida como la suma:

$$Q^t = Q_p^t + \sum_{i=1}^h Q_{s_i}^t \quad (2)$$

donde el error geométrico Q_p^t es la distancia al cuadrado de la posición geométrica del vértice \mathbf{p} a su proyección en el plano $P \subset \mathbb{R}^3$ definido por el triángulo t . El error en los atributos $\sum_{i=1}^h Q_{s_i}^t$ es la suma de las desviaciones al cuadrado entre el valor del atributo s_i , $i = 1..h$ del vértice v y el valor del atributo en el punto proyectado obtenido por interpolación de los vértices del triángulo t .

Q^t , al ser una cuádrlica, se puede expresar de la forma $(\mathbf{A}, \mathbf{b}, c)$ siendo

$$\mathbf{A} = \left(\begin{array}{c|ccc} \mathbf{nn}^T + \sum_{i=1}^h \mathbf{g}_i \mathbf{g}_i^T & -\mathbf{g}_1 & \cdots & -\mathbf{g}_h \\ \hline & -\mathbf{g}_1^T & & \\ & \vdots & & \\ & -\mathbf{g}_h^T & & \end{array} \right) \begin{array}{c} \\ \\ \\ I \end{array}$$

$$\mathbf{b} = \left(\begin{array}{c} d\mathbf{n} + \sum_{i=1}^h d_i \mathbf{g}_i \\ \hline -d_1 \\ \vdots \\ -d_h \end{array} \right)$$

$$c = d_i^2 + \sum_{i=1}^h d_i^2$$

donde \mathbf{n} es la normal al plano; d se deduce de la distancia $\mathbf{n}^T \mathbf{p} + d$ al plano P definido por el triángulo t (es cero en los vértices del triángulo); y \mathbf{g}_i y d_i se obtienen del funcional lineal $\mathbf{g}_i^T \mathbf{p} + d_i$ que representa el valor del atributo interpolado de los vértices del triángulo. Más detalles en [Hop99].

Métrica de coste para el algoritmo de simplificación estadística desarrollado. Como se ha indicado en la introducción, una población se puede representar por medio de un PDM [CTCG92] que se genera a partir del análisis estadístico de la forma geométrica de la población. Los modos de variación se calculan mediante el Análisis de Componentes Principales (PCA) sobre la desviación de las instancias de la población respecto a la media y se representan por vectores ortonormales. PCA requiere que exista correspondencia de vértices entre las instancias de la población. Un nuevo objeto en el conjunto se describe como la suma a la forma media de una combinación lineal ponderada de los k modos de variación más significativos. Este artículo describe un PDM como una forma media y l modos de variación.

La forma media consiste en una malla triangular con su conjunto de vértices V y un conjunto de triángulos T y los modos de variación son vectores ortonormales. Cada vértice $v \in V$ tiene asociada una posición en el espacio tridimensional $\mathbf{p}_v \in \mathbb{R}^3$ y un conjunto de l vectores ponderados denotados por $\mathbf{q}_v = \mathbf{m}_v \mathbf{u} \in \mathbb{R}^{3l}$ donde \mathbf{m}_v son los l modos de variación y \mathbf{u} es un vector de l pesos. Estos dos elementos (la posición \mathbf{p}_v , y los modos ponderados \mathbf{q}_v) forman un vector $\mathbf{z}_v = \begin{pmatrix} \mathbf{p}_v \\ \mathbf{m}_v \mathbf{u} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{p}_v \\ \mathbf{q}_v \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3+3l}$. Cada triángulo $t \in T$ se representa por una tripleta de vértices $(\mathbf{z}_v, \mathbf{z}_w, \mathbf{z}_x)$ con $v, w, x \in V$.

Cada instancia i de la población se representa por una malla triangular con su conjunto de vértices V_i y un conjunto de triángulos T_i . Cada vértice $v \in V_i$ tiene asociada una posición $\mathbf{p}_v \in \mathbb{R}^3$. Cada triángulo $t \in T_i$ se representa también por una tripleta de vértices $(\mathbf{p}_v, \mathbf{p}_w, \mathbf{p}_x)$ con $v, w, x \in V_i$.

Con objeto de introducir el error estadístico que se produce en la población, se define una nueva métrica de coste QS^v para cada vértice v de la forma media. QS^v es la suma de las métricas asociadas a los triángulos adyacentes AT ponderados por el área del triángulo:

$$QS^v(\mathbf{z}) = \sum_{t \in AT} area(t) \cdot QS^t(\mathbf{z}) \tag{3}$$

donde QS^t , la métrica cuádrlica asociada al triángulo t , se calcula de la siguiente forma:

$$QS^t(\mathbf{z}) = QS_p^t(\mathbf{z}) + \sum_{i=1}^{3l} QS_{q_i}^t(\mathbf{z}) \tag{4}$$

El término que expresa el error geométrico QS_p^t es el término de error geométrico de la métrica de Hoppe [Hop99], pero el segundo término, que describe el error estadístico en la población $QS_{q_i}^t$, extiende el término de error en los atributos de ese algoritmo para incluir la información de los modos de variación.

La métrica de coste explicada en el párrafo anterior se utiliza para seleccionar la arista de la forma media que se va a contraer. Una vez hecho esto, se seleccionan las aristas en cada una de las instancias de la población por su correspondencia con los vértices de la forma media.

La nueva métrica de coste presenta dos claras ventajas. En primer lugar permite elegir (por correspondencia de vértices) la misma arista en todas las instancias de la población. Además, según la definición de la métrica, cuánta más variación exista en una arista a lo largo de toda la población, menos probabilidad tiene de ser seleccionada. La segunda ventaja está relacionada con la representación de la población como PDM. Las poblaciones no proporcionan información que relacione más un objeto con otro y que permita escoger un subconjunto de la población si ésta es muy grande (a diferencia de las animaciones que tienen una relación de orden entre los fotogramas). Sin embargo, una buena característica de la representación PDM es que describe la mayor parte de la variación en un número de variables inferior al número de instancias. Por tanto, se puede definir una métrica de coste con k modos de variación ($k < l$) de tal manera que exprese por lo menos el 95 % de la variabilidad de la población. Esta posibilidad de trabajar con menos de l modos de variación, que ofrece solamente este tipo de representación, es una mejora notable cuando el número de instancias es muy grande.

2.2. El valor del nuevo vértice

El segundo problema a resolver consiste en determinar el valor que tendrá el nuevo vértice generado al contraer las aristas tanto en la forma media como en cada una de las instancias.

Después de contraer una arista de la forma media $(v_1, v_2) \rightarrow v$, se sitúa el nuevo vértice en la posición v que minimiza la métrica de coste asociada al mismo, definida como la suma de las métricas de coste en los extremos de la arista $QS^v = QS^{v_1} + QS^{v_2}$. El valor del nuevo vértice z_v se obtiene resolviendo el sistema lineal correspondiente a igualar a cero el gradiente de su métrica de coste QS^v . Como QS^v es cuadrática, el gradiente es igual a $\nabla QS^v(\mathbf{z}) = 2\mathbf{A}\mathbf{z} + 2\mathbf{b}$. Resolviendo $\nabla QS^v = 0$, el valor obtenido para \mathbf{z} es igual a $-\mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}$.

Después de contraer una arista de la instancia i , $(v_{i,1}, v_{i,2}) \rightarrow v_i$, donde la arista se obtiene como resultado de la correspondencia de vértices con los extremos de la arista contraída en la forma media $(v_1, v_2) \rightarrow v$, la posición geométrica del nuevo vértice v_i de la instancia i se calcula de la siguiente forma:

$$\mathbf{p}_{v_i} = \mathbf{p}_v + \mathbf{e}(\mathbf{p}_{v_{i,1}} - \mathbf{p}_{v_1}) + (1 - \mathbf{e})(\mathbf{p}_{v_{i,2}} - \mathbf{p}_{v_2}) \quad (5)$$

donde \mathbf{e} y $(1-\mathbf{e})$ son las coordenadas baricéntricas de la proyección del punto simplificado \mathbf{p}_v de la forma media respecto a la arista (v_1, v_2) .

Después de la simplificación de cada una de las mallas de las instancias de la población inicial, se construye un nuevo PDM para la población simplificada: se genera la nueva forma media como el promedio de las posiciones de los vértices de cada una de las instancias y se calculan los nuevos modos de variación mediante análisis por componentes principales (PCA) de las desviaciones de las instancias simplificadas respecto a la media.

Casi todos los métodos de simplificación para mallas deformables o que varían con el tiempo resuelven localmente para cada fotograma este segundo problema. Sin embargo, esta solución es mucho más costosa que el enfoque que se ha propuesto en este trabajo, especialmente cuando la cantidad de instancias es elevada.

Para verificar la validez del algoritmo propuesto se presentan en la siguiente sección los resultados obtenidos en una aplicación médica.

3. Resultados de aplicación de la simplificación estadística

Los datos iniciales se tomaron de un conjunto de 18 estudios de resonancia magnética (MRI) de cerebros de sujetos normales. Las imágenes y las correspondientes segmentaciones están disponibles en el Internet Brain Segmentation Repository del Hospital General de Massachusetts [ibs05]. A partir de las imágenes binarias de las segmentaciones, se

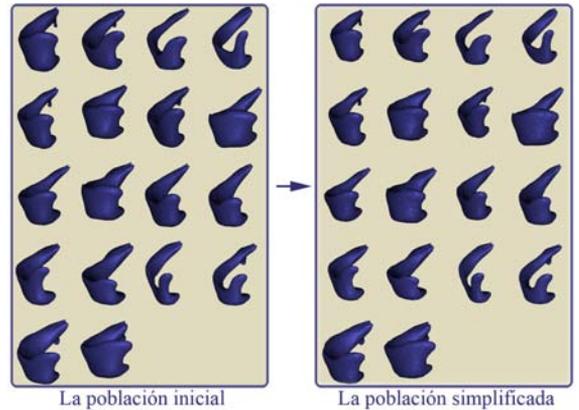


Figure 2: Mallas iniciales (izquierda, 1506 puntos) y mallas simplificadas (derecha, 754 puntos) de la población de 18 instancias del ventrículo lateral izquierdo.

construyó un modelo de distribución de puntos (PDM) de la superficie de 7 estructuras de cada hemisferio (formando un total de 14 estructuras): ventrículo lateral, tálamo, núcleo caudado, putamen, globo pálido, hipocampo y amígdala. Para ello se creó una malla de la superficie muy densa y se buscaron las correspondencias mediante un algoritmo iterativo que combina registro no rígido y ajuste robusto de puntos (RPM) [CR03]. Luego se determina la forma media de cada estructura calculando iterativamente alineamiento procrustes y promediando las coordenadas. Más detalles en [BO06].

Para este estudio se ha seleccionado una de las 14 estructuras cerebrales: ventrículo lateral izquierdo (LLV). Se ha simplificado una población de 18 LLV usando el método de simplificación estadística propuesto y el método de eliminación de vértices [SZL92]. Se ha seleccionado el método de eliminación de vértices para la comparación por ser el método más frecuentemente utilizado para la simplificación de objetos en el campo del procesamiento de imágenes debido a que mantiene la correspondencia de puntos entre la forma media y las instancias de la población después de simplificar. Aunque se podían haber escogido otros métodos, éstos se tendrían que modificar considerablemente para poderse aplicar a poblaciones de objetos.

La figura 2 presenta las 18 mallas iniciales y los resultados visuales de aplicar el método de simplificación estadística propuesto (implementado usando VTK [SML96]).

Inicialmente, la forma media y las instancias de la población son mallas triangulares de 1506 vértices cada una. Una vez realizadas las simplificaciones, todas las mallas, tanto las obtenidas con el método propuesto como las obtenidas con el método de eliminación de vértices, tienen el mismo número de vértices: 754 (una reducción del 50%). Las figuras 3 y 4 presentan la diferencia entre la malla inicial y la



Figure 3: De izda. a dcha.: malla inicial de la forma media de la población (1506 puntos), y mallas simplificadas (754 vértices): con el método de eliminación de vértices y con el método propuesto.

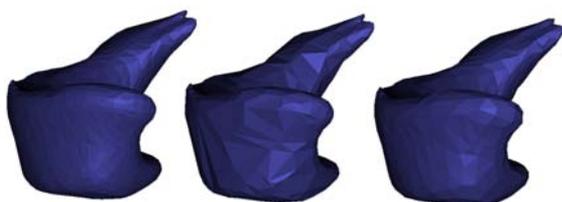


Figure 4: De izda. a dcha.: malla inicial de una instancia de la población (1506 puntos), y mallas simplificadas (754 vértices): con el método de eliminación de vértices y con el método propuesto.

malla después de la simplificación con el método de eliminación de vértices y con el método propuesto, para la forma media y para una instancia de la población, respectivamente. Las dos imágenes muestran claramente que el algoritmo de simplificación estadística propuesto mejora la calidad de la simplificación, tanto en la forma media como en las instancias. Esta mejora en la calidad se cuantifica numéricamente para toda la población en la siguiente sección.

4. La calidad de los resultados de la simplificación

La primera finalidad que se persigue a la hora de realizar una simplificación de una superficie es producir una aproximación lo más parecida a la inicial. Para evaluar la calidad de la aproximación, hace falta cuantificar su similitud con la superficie inicial. El rendimiento de un algoritmo de simplificación se mide normalmente en términos de eficiencia en espacio de almacenamiento y en tiempo y en la calidad geométrica de los resultados obtenidos. Considerando que en este caso se trata de una aplicación médica de la simplificación, la evaluación se centra en la calidad geométrica de la simplificación obtenida en todas las instancias de la población. Así, es necesario comparar, una vez finalizado el proceso de simplificación, la similitud geométrica entre las

mallas iniciales y las simplificadas para cada instancia de la población.

En la literatura existente se pueden encontrar diversas métricas y algoritmos para evaluar la calidad geométrica de una simplificación de objetos individuales. Sin embargo, el problema de la evaluación de la simplificación de una población no se ha abordado. Aunque estas métricas podrían ser utilizadas para evaluar individualmente la calidad de la simplificación en cada instancia, esta solución es sumamente costosa en tiempo incluso con un número de instancias no muy elevado, debido a que el proceso de evaluación de la calidad para un único objeto suele consumir ya de por sí bastante tiempo. Por este motivo es preciso aprovechar la correspondencia de vértices para acelerar el tiempo de cálculo de la métrica de evaluación.

Con todo lo dicho anteriormente, se propone una nueva métrica de evaluación, distinta de la métrica de coste utilizada en el proceso de simplificación, para cuantificar la desviación geométrica introducida en toda la población por la simplificación realizada por un método cualquiera. Como la métrica es independiente del método utilizado para simplificar, se puede utilizar para comparar la calidad de los resultados producidos por dos métodos distintos, en este artículo, más concretamente, se utilizará para comparar nuestro método de simplificación estadística con otros.

En la siguiente sección, se introduce la definición de algunas distancias utilizadas para proporcionar información local sobre la desviación y que permiten localizar en la superficie de un objeto 3D de forma rápida y visual la región dónde la desviación es mayor. Estas distancias se utilizan posteriormente para calcular la métrica de desviación geométrica.

4.1. Métrica para cuantificar la desviación geométrica de una población

A continuación se presenta la notación que se utiliza a lo largo de esta sección.

- Dadas dos mallas E_1 y E_2 con sus conjuntos de vértices V_1 y V_2 , respectivamente y dado un vértice $v \in V_1$, **su vértice más cercano** en E_2 , denotado por $N(v, E_2)$ es equivalente a decir que existe un vértice $w \in V_2$, tal que la distancia euclídea entre las posiciones $\mathbf{p}_v, \mathbf{p}_w \in \mathbb{R}^3$ de los dos vértices $d(\mathbf{p}_v, \mathbf{p}_w)$ es la mínima.
- Dadas dos mallas E_1 y E_2 con sus conjuntos de vértices V_1 y V_2 , respectivamente y dado un vértice $v \in V_1$ **su vértice correspondiente** $w \in V_2$ se denota por $C(v, E_2)$. PCA exige correspondencia de vértices entre la forma media y cada una de las instancias.

Para analizar la calidad de los resultados de la simplificación, se necesita una métrica para medir la desviación geométrica entre las mallas iniciales y las simplificadas para cada instancia de la población. El cálculo de esta métrica se describe a continuación.

Sean E_o y E_s la malla inicial y simplificada de la forma media con sus conjuntos de vértices V_o y V_s , respectivamente y $E_{o,i}$ y $E_{s,i}$ la malla inicial y simplificada de una instancia i con sus conjuntos de vértices $V_{o,i}$ y $V_{s,i}$. Para cada vértice de la malla inicial de la instancia i , $v \in V_{o,i}$, se calcula la distancia de v a la malla simplificada $E_{s,i}$, denotada por $D(v, E_{s,i})$ de la siguiente manera:

$$D(v, E_{s,i}) = d(\mathbf{p}_v, \mathbf{p}_w) \quad (6)$$

donde $w \in E_{s,i}$ y $w = C(N(C(v, E_o), E_s), E_{s,i})$.

En primer lugar para cada vértice de la malla inicial de la forma media se encuentra el vértice más cercano en la malla simplificada. En segundo lugar, se calcula la distancia euclídea entre las posiciones de los vértices correspondientes de los dos anteriores para cada una de las instancias.

Como esta distancia no es simétrica, el proceso se repite, pero en este caso para cada vértice de la malla simplificada de la instancia i , $w \in V_{s,i}$, se calcula la distancia a la malla inicial $E_{o,i}$.

$$D(w, E_{o,i}) = d(\mathbf{p}_w, \mathbf{p}_v) \quad (7)$$

donde $v \in E_{o,i}$ y $v = C(N(C(w, E_s), E_o), E_{o,i})$.

4.2. Comparación de la calidad de los resultados

Las distancias calculadas en el anterior apartado (de cada vértice de la malla inicial a la simplificada y de cada vértice de la malla simplificada a la inicial) proporcionan información local acerca de la desviación. Sin embargo, para poder comparar los resultados obtenidos mediante dos métodos de simplificación se necesita una única medida de distancia que incluya ambas.

Por tanto, la métrica de desviación geométrica entre la malla inicial $E_{o,i}$ y la malla simplificada $E_{s,i}$ de una instancia i de la población se define para cada vértice $v \in V_{o,i}$ como

$$GD(v, E_{s,i}) = \max\{D(v, E_{s,i}), D(w, E_{o,i})\} \quad (8)$$

donde $w \in E_{s,i}$ y $w = C(N(C(v, E_o), E_s), E_{s,i})$.

Esta métrica permite comparar, visual y localmente, los resultados obtenidos por dos métodos de simplificación. Además, se calculan el máximo $MGD_i(E_{o,i}, E_{s,i})$ y la media $AGD_i(E_{o,i}, E_{s,i})$ de esta métrica para cada instancia i de la población para poder elegir el método que produzca mejores resultados.

$$MGD_i(E_{o,i}, E_{s,i}) = \max_{p \in E_{o,i}} GD(p, E_{s,i}) \quad (9)$$

$$AGD_i(E_{o,i}, E_{s,i}) = \frac{\sum_{p \in E_{o,i}} GD(p, E_{s,i})}{|E_{o,i}|} \quad (10)$$

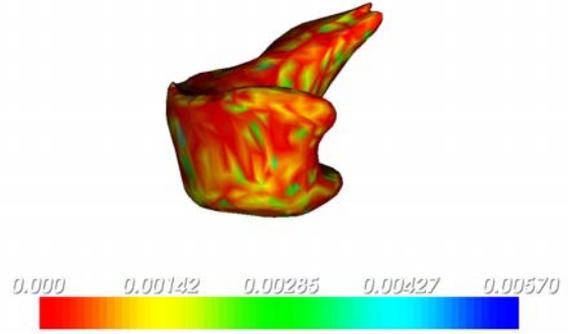


Figure 5: Métrica de desviación geométrica GD de la simplificación de una instancia de la población calculada con el algoritmo propuesto.

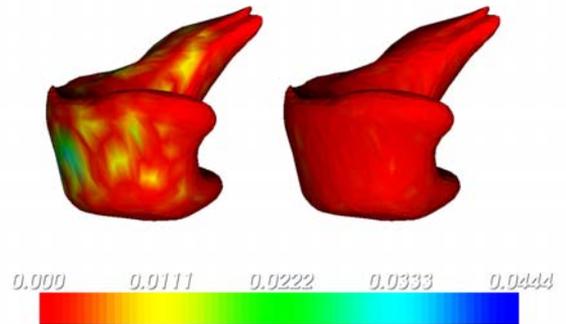


Figure 6: Comparación de la calidad de la simplificación calculada con el algoritmo de eliminación de vértices y el algoritmo propuesto.

En la figura 5 se visualiza información local acerca de la métrica GD de desviación geométrica en la superficie de una instancia de la población.

La figura 6 permite comparar, sobre la misma instancia de la población, la calidad de la simplificación calculada con el algoritmo de eliminación de vértices y la calculada con el algoritmo de simplificación propuesto, utilizando como medida de evaluación de la calidad la métrica de desviación geométrica GD .

Después de calcular los valores de máximo MGD_i y el promedio AGD_i de la métrica para cada instancia i , se definen el máximo total MGD y el promedio total AGD para una población de l instancias de la siguiente forma:

$$MGD = \max_{i \in [1..l]} MGD_i(E_{o,i}, E_{s,i}) \quad (11)$$

$$AGD = \frac{\sum_{i \in [1..l]} AGD_i(E_{o,i}, E_{s,i})}{l} \quad (12)$$

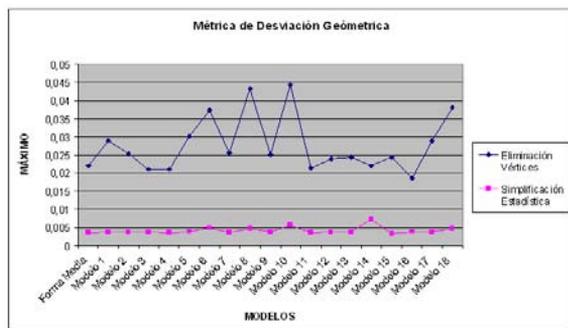


Figure 7: Máximo valor de la métrica (MGD) de desviación geométrica calculada para cada instancia de la población simplificada con nuestro método de simplificación (curva magenta) y con el método de eliminación de vértices (curva azul).

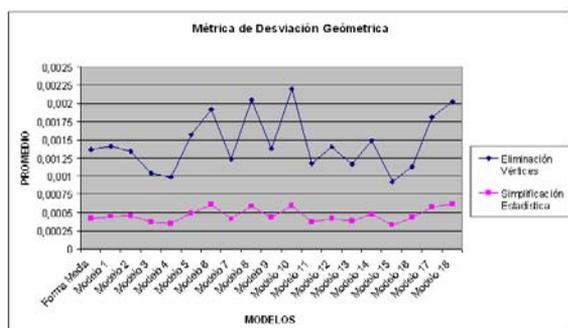


Figure 8: Valor promedio de la métrica (AGD) de desviación geométrica calculada para cada instancia de la población simplificada con nuestro método de simplificación (curva magenta) y con el método de eliminación de vértices (curva azul).

Se han calculado el máximo MGD_i y el promedio AGD_i de la métrica para cada instancia i de la población, tanto para el algoritmo de eliminación de vértices como para el algoritmo propuesto, con objeto de compararlos. Los resultados se muestran en las figuras 7 y 8. Las gráficas muestran claramente que nuestros resultados (curva magenta) son robustos, más estables y considerablemente mejores que los obtenidos por el método de eliminación de vértices (curva azul). Se puede observar también, que nuestro método minimiza la desviación geométrica a lo largo de todas las instancias de la población, mientras que en el algoritmo de eliminación de vértices, la desviación varía notablemente de una instancia a otra, debido a que este método utiliza únicamente la información geométrica de la forma media para seleccionar la arista a contraer.

5. Conclusiones y trabajo futuro

A diferencia de otros trabajos, en este artículo, se describe un método para simplificación de **poblaciones de objetos 3D**. Para este propósito, se ha elegido la representación de Modelos de Distribución de Puntos (PDM) debido a que proporciona una descripción estadística de la forma y su variación. La variabilidad de la población puede normalmente explicarse con menos variables que instancias en la población, esto constituye una mejora notable en espacio y tiempo cuando la población se compone de un número elevado de instancias. La eficiencia del algoritmo de simplificación propuesto se verificó en este trabajo mediante una aplicación médica. Sin embargo existen otros campos de aplicación como simulación de multitudes y conjuntos de elementos de similares (bandadas, manadas, etc).

También se ha propuesto una nueva métrica para cuantificar la desviación geométrica introducida por la simplificación de una población. Se ha presentado el análisis de los resultados de la simplificación de estructuras cerebrales obtenidas con el algoritmo de simplificación estadística propuesto y el algoritmo de eliminación de vértices. La comparación muestra que nuestro método de simplificación es más estable y considerablemente mejor que el método de eliminación de vértices.

Un trabajo futuro que se pretende acometer es la utilización del algoritmo propuesto para la construcción de un modelo multiresolución de poblaciones y su aplicación en el campo de la animación por ordenador. Para este campo de aplicación se puede utilizar la descripción estadística de la apariencia del modelo y su variación para extender la métrica de coste propuesta.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado parcialmente por "Ministerio de Ciencia y Tecnología" de España N° TIN2007-63025 y N° TEC2006-13966-C03-02 y por el Gobierno de Aragón a través del Convenio WALQA Ref. 2004/04/86.

Referencias

- [BO06] BOSSA M. N., OLMOS S.: Statistical model of similarity transformations: Building a multi-object pose. In *CVPRW '06: Proceedings of the 2006 Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshop* (2006), IEEE Computer Society, pp. 59–66.
- [COM98] COHEN J., OLANO M., MANOCHA D.: Appearance-preserving simplification. In *SIGGRAPH '98: Proceedings of the 25th annual conference on Computer graphics and interactive techniques* (New York, NY, USA, 1998), ACM Press, pp. 115–122.
- [CR03] CHUI H., RANGARAJAN A.: A new point matching algorithm for non-rigid registration. *Comput. Vis. Image Underst.* 89, 2-3 (2003), 114–141.

- [CTCG92] COOTES T. F., TAYLOR C. J., COOPER D. H., GRAHAM J.: Training models of shape from sets of examples. In *Proc. British Machine Vision Conference* (Berlin, 1992), Springer, pp. 266–275.
- [DR05] DECORO C., RUSINKIEWICZ S.: Pose-independent simplification of articulated meshes. In *SI3D '05: Proceedings of the 2005 symposium on Interactive 3D graphics and games* (New York, NY, USA, 2005), ACM, pp. 17–24.
- [GH97] GARLAND M., HECKBERT P. S.: Surface simplification using quadric error metrics. In *SIGGRAPH '97: Proceedings of the 24th annual conference on Computer graphics and interactive techniques* (New York, NY, USA, 1997), ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co., pp. 209–216.
- [GH98] GARLAND M., HECKBERT P. S.: Simplifying surfaces with color and texture using quadric error metrics. In *VIS '98: Proceedings of the 9th IEEE Visualization 1998 Conference* (Los Alamitos, CA, USA, 1998), IEEE Computer Society Press, pp. 263–269.
- [GZ05] GARLAND M., ZHOU Y.: Quadric-based simplification in any dimension. *ACM Trans. Graph.* 24, 2 (2005), 209–239.
- [HCC06] HUANG F.-C., CHEN B.-Y., CHUANG Y.-Y.: Progressive deforming meshes based on deformation oriented decimation and dynamic connectivity updating. In *SCA '06: Proceedings of the 2006 ACM SIGGRAPH/Eurographics symposium on Computer animation* (Aire-la-Ville, Switzerland, 2006), Eurographics Association, pp. 53–62.
- [Hop99] HOPPE H. H.: New quadric metric for simplifying meshes with appearance attributes. In *VIS '99: Proceedings of the 10th IEEE Visualization 1999 Conference* (San Francisco, 1999), Ebert D., Gross M., Hamann B., (Eds.), pp. 59–66.
- [ibs05] Internet brain segmentation repository (isbr), <http://www.cma.mgh.harvard.edu/ibsr/>, 2005.
- [JRSW03] JANG J., RIBARSKY W., SHAW C., WONKA P.: Appearance-preserving view-dependent visualization. In *VIS '03: Proceedings of the 14th IEEE Visualization 2003 Conference* (Washington, DC, USA, 2003), IEEE Computer Society, pp. 473–480.
- [KG05] KIRCHER S., GARLAND M.: Progressive multi-resolution meshes for deforming surfaces. In *SCA '05: Proceedings of the 2005 ACM SIGGRAPH/Eurographics symposium on Computer animation* (New York, NY, USA, 2005), ACM, pp. 191–200.
- [KT96] KALVIN A. D., TAYLOR R. H.: Superfaces: Polygonal mesh simplification with bounded error. *IEEE Comput. Graph. Appl.* 16, 3 (1996), 64–77.
- [Lin00] LINDSTROM P.: Out-of-core simplification of large polygonal models. In *SIGGRAPH '00: Proceedings of the 27th annual conference on Computer graphics and interactive techniques* (New York, NY, USA, 2000), ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co., pp. 259–262.
- [LT97] LOW K.-L., TAN T.-S.: Model simplification using vertex-clustering. In *SI3D '97: Proceedings of the 1997 symposium on Interactive 3D graphics* (New York, NY, USA, 1997), ACM, pp. 75–ff.
- [MG03] MOHR A., GLEICHER M.: *Deformation sensitive decimation*. Tech. rep., University of Wisconsin, 2003.
- [SML96] SCHROEDER W. J., MARTIN K., LORENSEN B.: *The Visualization Toolkit, An Object-Oriented Approach To 3D Graphics*. Prentice Hall, 1996.
- [SZL92] SCHROEDER W. J., ZARGE J. A., LORENSEN W. E.: Decimation of triangle meshes. *SIGGRAPH Comput. Graph.* 26, 2 (1992), 65–70.